

112 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：電子工程、電信工程

科 目：電磁學

陳銘老師

一、空氣中有一電荷 q ，距離 r 處之電位 $V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$ ，現若將另一電荷 Q ，從無窮遠處移至距離

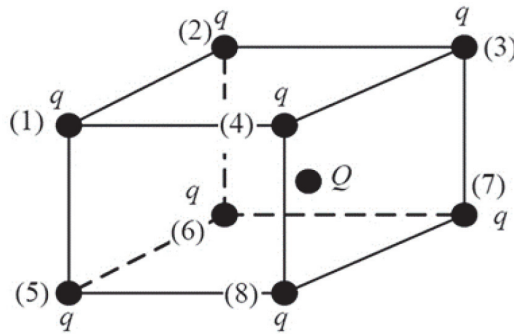
r 處，則所需能量為 $U = QV = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r}$ ，此能量即為保持此二電荷距離為 r 之能量，或稱

該二電荷相關之靜電能 U 。如圖所示，現於空氣中有八個正電荷(1)~(8)，電荷量均為 q ，分布於邊長為 a 之正立方體的八個頂點，於正立方體中心處放置一負電荷，電荷量為 Q 。

(一)試推導中心處負電荷 Q 與八個正電荷 q 相關之總靜電能 U_- 。(10 分)

(二)推導八個正電荷 q 相關之總靜電能 U_+ 。(10 分)

(三)由正電荷與負電荷之總靜電能 $U = U_+ + U_-$ 觀點，寫出此九個電荷位置成穩定分布之條件式。依據此條件式，推導中心處負電荷 Q 之電荷量。(5 分)



1. 《考題難易》★★★：普通

2. 《破題關鍵》：瞭解靜電能的定義方能解題

【擬答】

$$(一) U_- = 8 \times \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 \times \left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a} \times \frac{16}{\sqrt{3}}$$

$$(二) W_1 = 0 ; W_2 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{a} ; W_3 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\sqrt{2}a}\right) ; W_4 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{2}{a} + \frac{1}{\sqrt{2}a}\right)$$

$$W_5 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{\sqrt{2}a} + \frac{1}{\sqrt{3}a}\right) ; W_6 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{2}{a} + \frac{2}{\sqrt{2}a} + \frac{1}{\sqrt{3}a}\right)$$

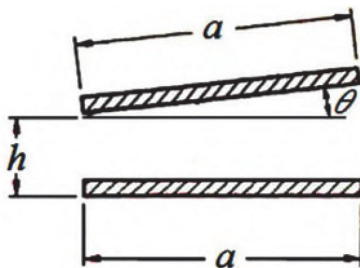
$$W_7 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{\sqrt{2}a} + \frac{1}{\sqrt{3}a}\right) ; W_8 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times \left(\frac{3}{a} + \frac{3}{\sqrt{2}a} + \frac{1}{\sqrt{3}a}\right)$$

$$U_+ = W_1 + W_2 + \dots + W_8 = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(12 + \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{3}}\right)$$

(三)九個電荷位置成穩定分布之條件為

$$U = U_+ + U_- = 0 \Rightarrow \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 a} \times \frac{16}{\sqrt{3}} = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(12 + \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{3}}\right) \Rightarrow Q = -q \times \left[1 + \frac{3\sqrt{6}}{2} + 3\sqrt{3}\right]$$

二、如圖所示，上下平板均為邊長 a 之正方形導體，上平板有非常小的傾斜角度 θ ，兩平板左邊之最短距離為 h ，假設平板面積夠大使得邊緣效應可以忽略，試求電容 C 之大小。(25 分)



1. 《考題難易》★★★：普通
2. 《破題關鍵》：藉由電容公式進行積分

【擬答】

$$dC = \epsilon \times \frac{A}{d} = \epsilon \times \frac{adx}{h+x \tan \theta} \approx \epsilon \times \frac{adx}{h+x\theta} \Rightarrow C = \int_0^a \epsilon \times \frac{adx}{h+x\theta} = \frac{\epsilon a}{h} \int_0^a \frac{1}{1+\frac{x\theta}{h}} dx = \frac{\epsilon a}{h} \int_0^a \left(1 - \frac{x\theta}{h}\right) dx$$

則

$$C = \frac{\epsilon a}{h} \times \left[x - \frac{\theta x^2}{2h} \right] \Big|_0^a = \frac{\epsilon a}{h} \times \left[a - \frac{\theta a^2}{2h} \right]$$



志光 保成 學儒

我連過 3 榜!



>>> 跟著老師上課的進度走
很快地就可以把所有內容讀熟，順利上榜!

<電子學>一開始的基本觀念建立都是跟老師的課開始，將老師提供的筆記多次反覆的來抄寫背誦，基本上就有機會對大部份考題略懂。
<基本電學>及<電子學>筆記就照著老師板書寫的抄寫下來，熟讀筆記內容，接著就是不停地算題目，課本、題庫班的題目算熟，考試時會用到的觀念基本都在筆記以及題庫班中。

洪○銓

2 狀元 & 1 榜眼

111年高考電子工程 全國狀元

111年鐵路特考高員級電子工程 全國狀元

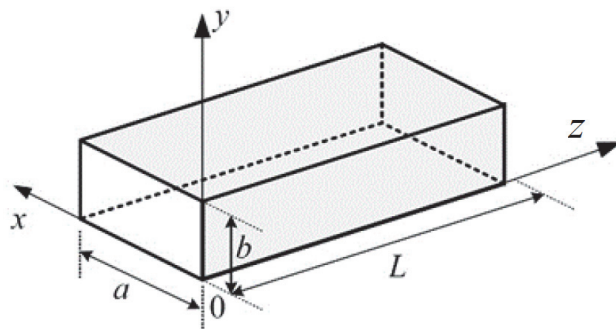
109年普考電子工程 全國榜眼、應屆考取

公職王歷屆試題 (112 高考三級)

三、有一由完全導體組成的金屬空腔， $a = 4 \text{ cm}$ ， $b = 2 \text{ cm}$ ， $L = 6 \text{ cm}$ ，如圖所示。

(一)計算空腔內未填充任何材料情況下的最低共振頻率。(15分)

(二)若有一電性材料填滿整個空腔，此電性材料不導電。若測得之最低共振頻率為 3 GHz ，求此電性材料之介質常數 ϵ_r 。(10分)



1. 《考題難易》★★：簡單
2. 《破題關鍵》：瞭解矩形波導管的傳導特性

【擬答】

$$(\rightarrow) f_c = \frac{1}{2\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$\text{TE}_{10} \text{ 模的截止頻率為 } f_{c1} = \frac{1}{2a} \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{1}{2 \times 4 \times 10^{-2}} \times 3 \times 10^8 = 3.75 \times 10^9 = 3.75 \text{ GHz}$$

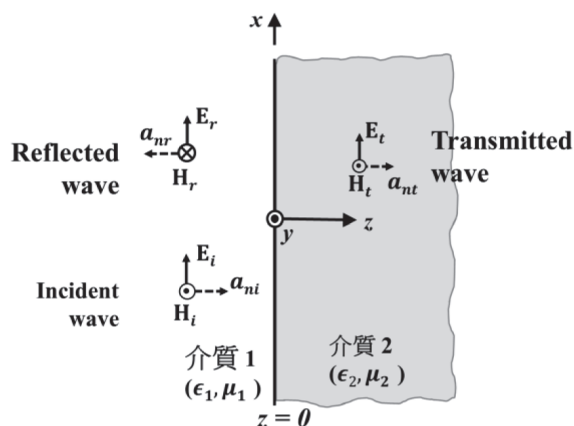
$$(\rightarrow) f_{c1} = \frac{1}{2a} \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{1}{2 \times 4 \times 10^{-2}} \times \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{\epsilon_r}} = 3 \times 10^9 \Rightarrow \epsilon_r = 1.5623$$

四、一線性極化均勻橫向平面電磁波，從介質 1 (ϵ_1, μ_1) 垂直正向入射至介質 2 (ϵ_2, μ_2)，如圖所示。其中入射平面諧波(Incident wave)之電場相量 \mathbf{E}_i 與磁場相量 \mathbf{H}_i 、反射平面諧波(Reflected wave)之電場相量 \mathbf{E}_r 與磁場相量 \mathbf{H}_r 及穿透平面諧波(Transmitted wave)之電場相量 \mathbf{E}_t 與磁場相量 \mathbf{H}_t 。

(一)寫出入射平面諧波之電場相量 \mathbf{E}_i 與磁場相量 \mathbf{H}_i 、反射平面諧波之電場相量 \mathbf{E}_r 與磁場相量 \mathbf{H}_r 及穿透平面諧波之電場相量 \mathbf{E}_t 與磁場相量 \mathbf{H}_t 的表示式。(15分)

(二)列出在兩介質交界處之電場及磁場的邊界連續條件。(5分)

(三)求解上述邊界條件，得出反射係數 Γ 及穿透係數 τ 的表示式。(5分)



1. 《考題難易》★★★★：普通
2. 《破題關鍵》：瞭解平面電磁波垂直入射一介質平面之特性

【擬答】

$$\text{(一)入射波: } \begin{cases} \bar{E}_i(z) = \hat{x}E_{i0}e^{-j\beta_1 z} \\ \bar{H}_i(z) = \hat{y}\frac{E_{i0}}{\eta_1}e^{-j\beta_1 z} \end{cases}, \text{ 反射波: } \begin{cases} \bar{E}_r(z) = \hat{x}E_{r0}e^{j\beta_1 z} \\ \bar{H}_r(z) = -\hat{y}\frac{E_{r0}}{\eta_1}e^{j\beta_1 z} \end{cases}$$

$$\text{透射波: } \begin{cases} \bar{E}_t(z) = \hat{x}E_{t0}e^{-j\beta_2 z} \\ \bar{H}_t(z) = \hat{y}\frac{E_{t0}}{\eta_2}e^{-j\beta_2 z} \end{cases}$$

其中

$$\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_1}{\epsilon_1}}; \eta_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\epsilon_2}}$$

(二) $z=0$ 滿足邊界條件

$$\Rightarrow \begin{cases} E_i(0) + E_r(0) = E_t(0) \\ H_i(0) + H_r(0) = H_t(0) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_{i0} + E_{r0} = E_{t0} \\ \frac{1}{\eta_1}(E_{i0} - E_{r0}) = \frac{E_{t0}}{\eta_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E_{r0} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_1 + \eta_2} E_{i0} \\ E_{t0} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} E_{i0} \end{cases}$$

$$\text{(三)反射係數: } \Gamma = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = -\frac{H_{r0}}{H_{i0}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1}$$

$$\text{透射係數: } \tau = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad \text{且} \quad 1 + \Gamma = \tau \Rightarrow \begin{cases} E_t(z) = \hat{x}\tau E_{i0}e^{-j\beta_2 z} \\ H_t(z) = \hat{y}\frac{\tau E_{i0}}{\eta_2}e^{-j\beta_2 z} \end{cases}$$



志光保成學儒 陪你

站上工科巔峰

電力工程

電子工程

機械工程

資訊處理

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>【全國狀元】 111 高 考 電子工程 洪○銓</p> <p>【全國榜眼】 111 普 考 資訊處理 羅○昌</p> <p>【台北市榜眼】 111 地特三等 電子工程 郭○瑞</p> <p>【台北市榜眼】 111 地特四等 電力工程 張○境</p> <p>【金門縣榜眼】 111 地特三等 資訊處理 李○杰</p> <p>【台北市探花】 111 地特四等 電子工程 楊○榮</p> <p>【高雄市探花】 111 地特四等 電子工程 何○宇</p> <p>【全國第五】 112初 等 考 電子工程 陳○豪</p> | <p>【台北市第五】 111 地特三等 電子工程 薛○文</p> <p>【全國第七】 111 普 考 電子工程 卓○倫</p> <p>【全國第八】 111 高 考 機械工程 江○禾</p> <p>【全國第八】 111 普 考 電力工程 陳○璋</p> <p>【全國第八】 111 普 考 電子工程 李○穎</p> <p>【台北市第八】 111 地特四等 資訊處理 吳○進</p> <p>【全國第九】 111 普 考 機械工程 施○佑</p> |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

👑 各類考試優秀考取 👑

| | |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 高考電力工程 丁○翔; 高考電力工程 陳○璋; 普考電力工程 梁○豐; 普考機械工程 金○璋; 高考資訊處理 陳○廷; 普考資訊處理 吳○翰; 普考資訊處理 褚○華 | 普考資訊處理 劉○廷 |
| 高考電力工程 王○甯; 高考電力工程 曾○倫; 高考電子工程 王○楷; 高考資訊處理 于 ○; 高考資訊處理 陳○明; 普考資訊處理 李○庭; 普考資訊處理 劉○廷 | 普考資訊處理 劉○銘 |
| 高考電力工程 吳○近; 高考電力工程 葛○宇; 高考電子工程 卓○倫; 高考資訊處理 李○庭; 高考資訊處理 曾○璋; 普考資訊處理 張○偉; 普考資訊處理 劉○銘 | 普考資訊處理 鄭○然 |
| 高考電力工程 吳○塘; 高考電力工程 蔡○昇; 高考電子工程 莊○雪; 高考資訊處理 胡○紘; 高考資訊處理 黃○迪; 普考資訊處理 張○慧; 普考資訊處理 賴○全 | 普考資訊處理 賴○全 |
| 高考電力工程 吳○顯; 高考電力工程 蔡○鎮; 普考電子工程 馮○恩; 高考資訊處理 張○偉; 高考資訊處理 廖○仲; 普考資訊處理 陳○明; 普考資訊處理 賴○全 | 普考資訊處理 龍○穎 |
| 高考電力工程 李○源; 高考電力工程 鄧○駿; 普考電子工程 蔣○霖; 高考資訊處理 許○傑; 高考資訊處理 劉○廷; 普考資訊處理 陳○堂; 地特三等 資訊處理 龍○穎 | 普考資訊處理 楊○榮 |
| 高考電力工程 席○棠; 普考電力工程 吳○哲; 普考機械工程 黃○榮; 普考資訊處理 郭○哲; 普考資訊處理 賴○全; 普考資訊處理 曾○璋; 初 等 考 電子工程 楊○榮 | 普考資訊處理 楊○文 |
| 高考電力工程 梁○豐; 普考電力工程 吳○塘; 普考機械工程 江○禾; 普考資訊處理 郭○楷; 普考資訊處理 羅○昌; 普考資訊處理 黃○迪; 初 等 考 電子工程 楊○文 | |

版面有限 無法一一刊登