

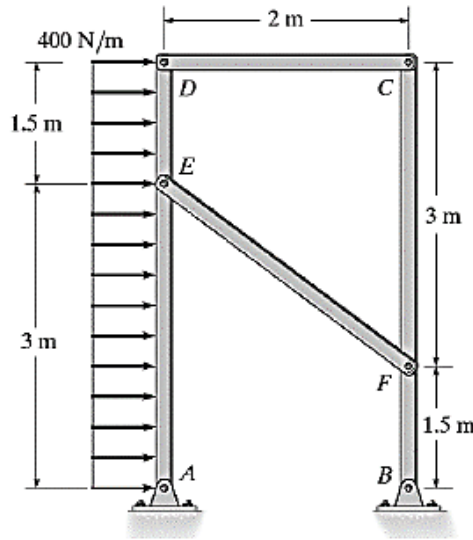
112 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：土木工程

科 目：結構學

邱鴻昇老師解題

- 一、試決定圖中構件 CD 與 EF 的受力大小，以及 A 點與 B 點的鉸支承 (pin support) 作用在構架之水平方向與垂直方向的分力大小。圖示所有構件皆為鉸接 (pin joint)。不考慮結構自重影響。(25 分)



【解題關鍵】

《考題難易》★

《破題關鍵》穩定靜定桁架，善用分離體之基本功即可求解。

【擬答】

(一)解題步驟

1. 整體力平衡

$$\sum M_A = 0, R_{B,y} \cdot 2 - 400 \cdot 4.5(2.25) = 0 \quad \text{得 } R_{B,y} = 2025N(\uparrow)$$

$$\sum M_B = 0, R_{A,y} \cdot 2 - 400 \cdot 4.5(2.25) = 0 \quad \text{得 } R_{A,y} = 2025N(\downarrow)$$

2. 取 AD 桿分離體，列平衡方程式

$$\sum F_y = 0, R_{E,y} = R_{A,y} = 2025N(\uparrow) \quad \text{得 } S_{EF} = 3375N(\text{壓})$$

$$\sum M_A = 0, R_{D,x} \cdot 4.5 + 400 \cdot 4.5(2.25) - 2700 \cdot 3 = 0$$

$$\Rightarrow R_{D,x} = 900N(\rightarrow) \quad \text{得 } S_{CD} = 900N(\text{拉})$$

$$\sum F_x = 0, R_{A,x} = 900 + 1800 - 2700 = 0N \quad \text{得 } S_{EF} = 3375N(\text{壓})$$

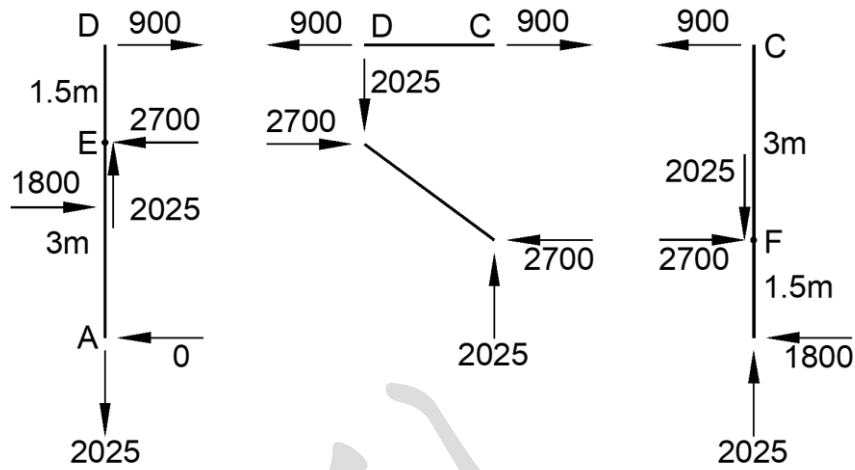
由整體力平衡：

$$\sum F_x = 0, R_{B,x} = 400 \cdot 4.5 = 1800N(\leftarrow)$$

$$\text{Ans: } S_{CD} = 900N(\text{拉}) \cdot S_{EF} = 3375N(\text{壓})$$

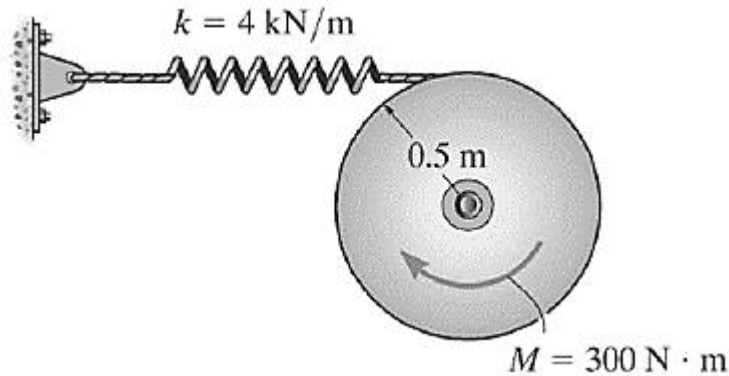
$$R_{A,x} = 0, R_{A,y} = 2025N(\downarrow)$$

$$R_{B,x} = 1800N(\leftarrow), R_{B,y} = 2025N(\uparrow)$$



力的單位：N

二、圖示圓盤受彎矩 $M = 300 \text{ N} \cdot \text{m}$ 作用，且圓盤邊上有一彈簧，其係數 $k = 4 \text{ kN/m}$ ，彈簧另一端固定在牆壁上。在初始狀態彈簧未伸長無變形，不考慮摩擦力影響：1. 試繪出圓盤之自由體圖 (Free body diagram, FBD)，2. 試用虛功法 (method of virtual work) 決定力平衡 (equilibrium) 時的圓盤轉角 θ 。(25 分)



【解題關鍵】

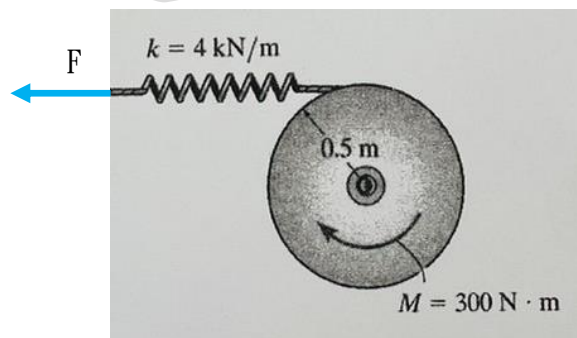
《考題難易》★★

《破題關鍵》平衡時，外力總虛功為零。

【擬答】

(一) **【解題步驟】**

1. 取圓盤自由體圖



2. 由虛功法計算平衡時，圓盤轉角 θ

平衡時，外力造成總虛功 = 0 $\Rightarrow F \cdot d\theta \cdot 0.5 = 300 \cdot d\theta$ 得 $F = 600 \text{ N}$

$$\Delta_{\text{彈簧}} = \frac{F}{k} = \frac{600}{4000} = 0.15 \text{ m} \quad , \quad \theta = \frac{0.15}{0.5} = 0.3 \text{ (rad)}$$

Ans : 圓盤轉角 $\theta = \frac{0.15}{0.5} = 0.3(rad)$

志光 · 志聖 · 學儒 土木權威

土木人 幸福企劃



※國營事業考試(依照簡章公佈日期為主)

老師，我想上課!! 可是....
下班已經晚上8、9點了，
根本來不及到補習班上課!

**都什麼年代了，
只有現場補課系統?!**

公司/學校到補習班好遠，
來回通勤浪費時間跟金錢，又累!!
你的心聲，我們都聽到了!

STEP 01 實力養成正規班
透過由淺入深的授課方式，從基礎課程逐步建立實力，將實務導入課程，配合重要考點，達到深入學習。

STEP 02 主題強化數位2.0課程
針對關鍵考科必考重點章節規劃主題課程，精準掌握命題焦點核心。

STEP 03 解疑惑課業諮詢
學員專屬課業諮詢專區，正課老師就是你的課輔老師，為同學解決課業的發難問題。

STEP 04 強化解題題庫班
以題目帶觀念方式，提升審題應變能力及答題技巧，短時間突破學習窘境。

STEP 05 榜前預約總複習
考前地毯式複習，課程章節重點滴水不漏，強化學習深度，提醒重要考點，高分勝出。

業界最強 四大學習系統 無須預約 隨時上課

面授學習
來班現場上課
直接與授課老師
互動教學

視訊學習
上課不懂或臨時有事
無法到班上課
可到班視訊補課

在家學習
晚上在家自修
不僅可隨時上網
聆聽名師講解

現場直播
來不及到現場上課
可利用專屬系統
免費直播觀看課程

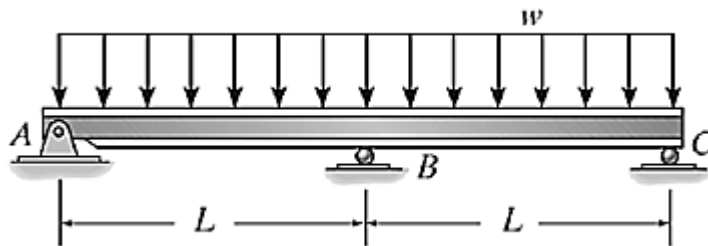


掃QR
了解最新
課程資訊

公職王歷屆試題 (112 高考三級)

三、(一)試說明結構分析中的疊加法 (method of superposition) 與其使用之前提或限制。(10 分)

(二)用疊加法試決定下圖示梁的 3 個支承的垂直向反力，其中 A 點為鉸支承 (hinge support)，而其他 2 點為滾支承 (roller)。E 為材料楊氏係數，I 為斷面二次矩，且 EI 為常數。查表可知梁長 L 的簡支梁中央受集中載重 P 作用時最大變位 $\delta_1 = PL^3/(48EI)$ ，改為整支梁受均佈載重 w 時最大變位 $\delta_2 = 5wL^4/(384EI)$ 。不考慮結構自重影響。(15 分)



【解題關鍵】

《考題難易》★

《破題關鍵》一次靜不定結構，已提示基本變形公式，將 B 點化為贅力疊加即可。

【擬答】

(一)解題步驟

1. 疊加法使用前提或限制

(1) 力與變形的關係為線彈性

(二)解題步驟

1. 將 B 點支承反力化為贅力 R_B ，並利用疊加法進行變位計算，求支承反力 R_B

(1) 均佈載重造成 $\Delta_{B,1} = \frac{5w(2L)^4}{384EI} = \frac{5wL^4}{24EI}$ (↓)

(2) B 點支承反力 R_B 造成 $\Delta_{B,2} = \frac{R_B(2L)^3}{48EI} = -\frac{R_B L^3}{6EI}$ (↑)

(3) 疊加法 $\Delta_B = \Delta_{B,1} + \Delta_{B,2} = 0 \Rightarrow R_B = 1.25w \cdot L$ (↑)

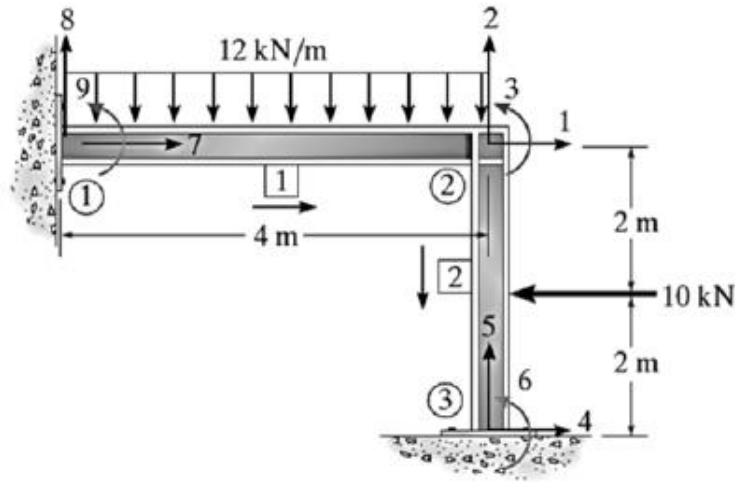
2. 由整體力平衡，求支承反力 R_A 及 R_C

$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_C \cdot 2L + R_B \cdot L - w \cdot 2L(L) = 0$ 得 $R_C = 0.375w \cdot L$ (↑)

$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - R_C - 2w \cdot L = 0$ 得 $R_A = 0.375w \cdot L$ (↑)

Ans : $R_A = 0.375w \cdot L$ (↑) , $R_B = 1.25w \cdot L$ (↑) , $R_C = 0.375w \cdot L$ (↑)

四、用結構矩陣法試決定圖示構架的節點②在水平方向位移 (D1) 與垂直方向位移 (D2) 及轉角 (D3)。構件的材料楊氏係數 $E = 200 \text{ GPa}$ ，斷面二次矩 $I = 300 \times 10^6 \text{ mm}^4$ ，面積 $A = 10 \times 10^3 \text{ mm}^2$ 。參照圖示構件節點自由度編號，可求得構架整體的結構勁度矩陣如下：(25 分)



$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 511.25 & 0 & 22.5 & -11.25 & 0 & 22.5 & -500 & 0 & 0 \\ 0 & 511.25 & -22.5 & 0 & -500 & 0 & 0 & -11.25 & -22.25 \\ 22.5 & -22.5 & 120 & -22.5 & 0 & 30 & 0 & 22.5 & 30 \\ -11.25 & 0 & -22.5 & 11.25 & 0 & -22.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -500 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 22.5 & 0 & 30 & -22.5 & 0 & 60 & 0 & 0 & 0 \\ -500 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 & 0 \\ 0 & -11.25 & 22.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11.25 & 22.5 \\ 0 & -22.5 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25.5 & 60 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 (10^6) \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$$

【解題關鍵】

《考題難易》★★★

《破題關鍵》題目提供矩陣量體大，熟悉基本定義可有效簡化 $[K]$ 矩陣。

【擬答】

(一) **【解題步驟】**

1. 依待求變形，求對應之外力矩陣 $\{R\}$

$$\begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{P}{2} \\ -\frac{wL}{2} \\ \frac{wL^2}{12} - \frac{PL}{8} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -5(kN) \\ -24(kN) \\ 11 \cdot 10^3(kN - mm) \end{Bmatrix}$$

2. 由外變形矩陣 $\{r\}$ ，簡化整體構架勁度矩陣 $[K]$ ，

$$\text{已知} \begin{Bmatrix} r_4 \\ \vdots \\ r_9 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\text{故整體構架勁度矩陣可簡化為} [K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 511.25 & 0 & 22.5 \\ 0 & 511.25 & -22.5 \\ 22.5 & -22.5 & 120 \end{bmatrix} 10^6$$

3. 計算外變形矩陣 $\{r\}$

$$\text{已知} \{r\} = [K]^{-1}\{R\}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.97 \cdot 10^{-3} & -1.64 \cdot 10^{-5} & -3.73 \cdot 10^{-4} \\ -1.64 \cdot 10^{-5} & 1.97 \cdot 10^{-3} & 3.73 \cdot 10^{-4} \\ -3.73 \cdot 10^{-4} & 3.73 \cdot 10^{-4} & 8.48 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -5 \\ -24 \\ 11 \cdot 10^3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -4.111(mm) \\ 4.055(mm) \\ 93.198 \end{Bmatrix}$$

Ans：節點 2 水平位移 $r_1 = -4.111mm(\leftarrow)$ 合理嗎??
 節點 2 垂直位移 $r_2 = 4.055mm(\uparrow)$ 合理嗎??
 節點 2 選轉角 $r_3 = 93.198$ 合理嗎??

備註：

1. 採用全域座標矩陣，應確認其使用單位，否則答案差異甚大，並透過變形概念確認答案是否合理。

志光 · 志聖 · 學儒 土木權威

全國唯一專屬

土木多元課程

正規班課程

基礎、進階到總複習，完整課程循序漸進。

題庫班課程

訓練解題技巧，統整各類題型，破解要點。

輔導資源

考前主題式講座，整合最新時事，分析考題。

關懷講座

平測、題庫、模擬考、關懷講座、讀書會等。

班導制度

專責班導了解學員狀況，快速解決需求。

土木滿貫班 一年考取 再拿獎學金

- 優惠價 39800 元
- 課程包含土研所、土木技師、高普考、地方特考、司法特考、調查局營繕工程組、國營土木類

國營事業專班 轉職 首推

- 優惠價 29800 元
- 當年度考取最高獎金 3000 元
- 課程包含國營事業相關之土木類考試

二合一 公職+證照 雙贏選擇

- 高普考土木+土木技師，專業考科重疊性高
- 二套課程一次收費，課程規劃彈性自主
- 讓您一次準備多次考試機會，打造硬實力

二年班 完整循環 二年紮實學習

- 第二年只需加購 7000 元
- 讓您上滿二年完整循環課程，厚植應考實力
- 適合基礎較弱的考生，奠定基礎，強化學習力

考取班 全國唯一 一次報名輔導至考取

- 全國獨家考取班課程規劃，讓您安心學習快速上榜
- 專業課輔、最新時事講座... 專業服務 讓您學習不遺漏

掃QR 了解最新課程資訊

面授/直播/視訊/在家補課/
雲端函授 全方位輔考

正規+題庫班+總複習
紮實學習

公職+證照+升學
獨家滿貫班課程

校園應屆專班
兼顧課業 再拿獎學金

快速解法，
材力、測量基礎課程
專業打底上榜關鍵