

112 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：電子工程

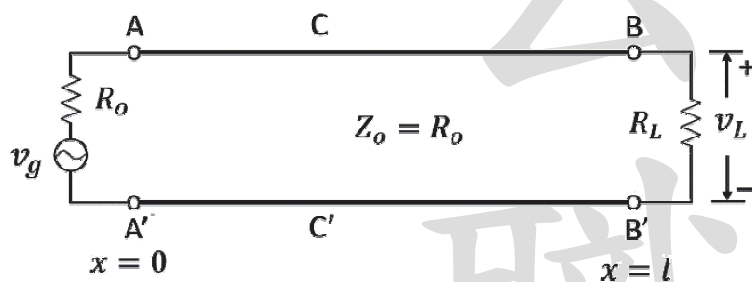
科 目：電磁學

陳銘 老師

一、針對下圖的簡單傳輸線（長度為 l ）電路，其中電壓源 $v_g = V_o \cos(\omega t)$ ，內阻為 R_o ，傳輸線的特性阻抗 $Z_o = R_o$ ，負載電阻 $Z_L = R_o$ ，欲求解負載電壓 v_L 。

(一)若基於電路學求解 v_L 時，請寫出其針對該傳輸導線的基本假設，並寫出導線上任一點（參考平面 C-C' 處）的電壓 v_C ，以及負載電壓 v_L 。（9 分）

(二)若基於電磁學求解 v_L 時，請寫出其針對傳輸導線的基本假設，並寫出導線上任一點（參考平面 C-C' 處）的電壓 v_C ，以及負載電壓 v_L 。（16 分）

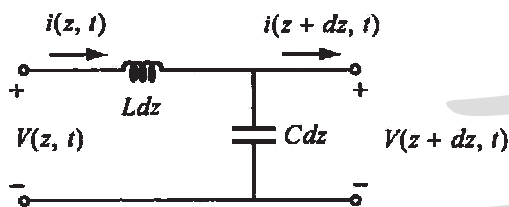


1. 《考題難易》★★★：普通

2. 《破題關鍵》：瞭解傳輸線之特性方能解題

【擬答】

(一)如圖所示：



根據 KVL，

$$V(z, t) - V(z + \Delta z, t)$$

$$= L \Delta z \frac{di(z, t)}{dt}$$

根據 KCL，

$$I(z, t) - i(z + \Delta z, t)$$

$$= C \Delta z \frac{dV(z, t)}{dt}$$

上面二式同除以 Δz

$$-\frac{dV(z, t)}{dz} = L \frac{di(z, t)}{dt}$$

$$-\frac{di(z, t)}{dz} = C \frac{dV(z, t)}{dt}$$

改成相量(phasor)

$$-\frac{dV(z)}{dz} = j\omega LI(z) \cdots \cdots (1)$$

$$-\frac{dI(z)}{dz} = j\omega CV(z) \cdots \cdots (2)$$

$$-\frac{di(z,t)}{dt} = C \frac{dV(z,t)}{dt}$$

解聯立可得

$$\frac{d^2 V(z)}{dz^2} + \omega^2 LCV(z) = 0$$

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} + \omega^2 LCI(z) = 0$$

$$\text{定義 } \beta = \omega \sqrt{LC} = \omega \sqrt{\mu\epsilon}$$

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{+j\beta z}$$

$$I(z) = I_0^+ e^{-j\beta z} + I_0^- e^{+j\beta z}$$

代入(1)式可得

$$-\frac{d}{dz}(V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{+j\beta z}) = j\beta V_0^+ e^{-j\beta z} - j\beta V_0^- e^{+j\beta z} = j\omega L(I_0^+ e^{-j\beta z} + I_0^- e^{+j\beta z})$$

$$\text{比較係數可得 } \frac{V_0^+}{I_0^+} = -\frac{V_0^-}{I_0^-} = \frac{\omega L}{\beta} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$$

因此電壓與電流可表示成

$$V(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} + V_0^- e^{+j\beta z}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0}(V_0^+ e^{-j\beta z} - V_0^- e^{+j\beta z})$$

(二)藉由傳輸線之波動特性，可知在 $0 < z < l$ 之任一點之電壓與電流可表示成入射波與反射波的疊加。

$$1. V(z) = V_0^+ e^{-\gamma z} + V_0^- e^{\gamma z}$$

$$\Rightarrow z=0 \Rightarrow V_S = V^+ + V^-$$

$$2. I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0^-}{Z_0} e^{\gamma z}$$

$$\Rightarrow z=0 \Rightarrow I_S = \frac{V^+}{Z_0} - \frac{V^-}{Z_0}$$

解聯立可得下列式子：

$$\begin{cases} V^+ = \frac{V_S + Z_0 I_S}{2} \\ V^- = \frac{V_S - Z_0 I_S}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V(z) = \left(\frac{V_S + Z_0 I_S}{2} \right) e^{-j\beta z} + \left(\frac{V_S - Z_0 I_S}{2} \right) e^{+j\beta z} \\ I(z) = \left(\frac{V_S + Z_0 I_S}{2Z_0} \right) e^{-j\beta z} - \left(\frac{V_S - Z_0 I_S}{2Z_0} \right) e^{+j\beta z} \end{cases}$$

經整理可得下列之矩陣型式：

$$\begin{bmatrix} V(z) \\ \tilde{I}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta z & -jZ_0 \sin \beta z \\ -j\frac{1}{Z_0} \sin \beta z & \cos \beta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} \Rightarrow z=l \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} V_L \\ \tilde{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta l & -jZ_0 \sin \beta l \\ -j\frac{1}{Z_0} \sin \beta l & \cos \beta l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix}$$

$$V_S = \frac{1}{2} v_g$$

二、下列是有關向量和向量場特性的探討與證明：

(一)如果兩個向量 $\vec{A}$ 和 $\vec{B}$ ，針對另外一個特定向量 $\vec{D}$ 的投影滿足下列的關係：

$$\vec{A} \cdot \vec{D} = \vec{B} \cdot \vec{D}$$

請問這是否可以推論 $\vec{A} = \vec{B}$ ？(2 分)

(二)如果你在子題(一)的答案為非，設 $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$ ，請找出一個 $\vec{C} \neq 0$ 的例子（可以透過畫圖呈現），並說明 $\vec{C}$ 必須滿足何種特性或關係。(10 分)

(三)如果兩個向量場 $\vec{A}(x, y, z)$ 和 $\vec{B}(x, y, z)$ 的散度，滿足下列的關係：

$$\nabla \cdot \vec{A} = \nabla \cdot \vec{B}$$

請問這是否可以推論 $\vec{A} = \vec{B}$ ？(3 分)

(四)如果你在子題(三)的答案為非，設 $\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$ ，請找出一個向量場 $\vec{C}(x, y, z) \neq 0$ 的例子，並說明 $\vec{C}$ 必須滿足何種特性或關係。(10 分)

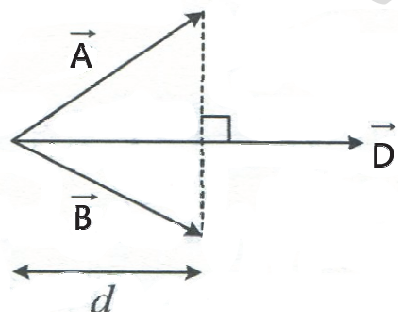
1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》：向量之特性

【擬答】

(一)不可。

(二)如圖所示，滿足 $\vec{C} = (\vec{A} - \vec{B}) \perp \vec{D}$ 即可。



(三)不可。

(四) $\vec{C} = (\vec{A} - \vec{B})$ 滿足常數關係。

志光 學儒 保成

工科上榜養成規劃

法科架構班

結合實務例子
建構法科概念

扎實正規班

完整堂數
循序漸進

進階課程

圖解階段複習
解題技巧灌輸

工科全科班

公職+國營
一次到位

主題題庫班

主題教學
考點分析

精華總複習

掌握考點
增強實力

全真模擬考

比照真實考試
檢視應考實力

考前關懷講座

名師最終提點
觀念更加清晰

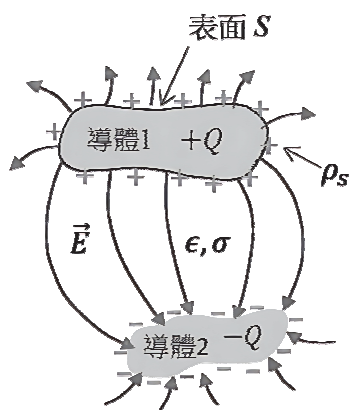
詳細課程內容，歡迎至志光學儒保成全國門市洽詢

公職王歷屆試題 (112 地方政府特考)

三、在下圖的結構中，一對經由外部電壓源充電且充有正負電荷 $\pm Q$ 的 3 維立體的電容極板，在其周圍建立了電場 $\vec{E}$ ，其周圍材料的導電率 σ 和介電係數 ϵ 皆為常數，請問其經由材料漏電的電流 I 為多少（用 Q 、 σ 、 ϵ 等表示）？（25 分）

注意，針對此流經表面 S 向外的漏電流 I ，其所帶走的電荷將由外部的電壓源（沒有畫出來）所穩定補充供應。

Hint: $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ & $I = \oint_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$



1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》：使用焦耳定律與電容公式推導

【擬答】

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \Rightarrow I$$

$$= \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \int_S \sigma \vec{E} \cdot d\vec{S}, \text{ 則}$$

$$I = \sigma \times \frac{V_{12}}{d} \times S$$

$$= \sigma \times \frac{Q}{Cd} \times S = \sigma \times \frac{Q}{\epsilon \times \frac{S}{d} d} \times S = \sigma \times \frac{Q}{\epsilon}$$


志光 學儒 保成

獨家 高普考工科進階課程

----- 階梯式課程設計，鞏固考取實力 -----

理論建構 縱向連貫		知識運用 橫向整合	
基礎班	正規課前導讀 快速進入狀況	階段複習課	加強學習連貫 增強邏輯思考
多循環正規班	同考科採多元師資教學 同類科開立多循環課程	申論作答班	名師專業指導 迅速加強實力
考前總複習班	重要章節統整觀念 補充最新時事法條	測驗易點通	精選歷年易錯題目 加強觀念不致陷阱

歡迎至 志光、學儒、保成 全國門市洽詢

公職王歷屆試題 (112 地方政府特考)

四、考慮一個沿著 z 軸方向傳播的平面波，其電場只有 x 分量且其表達式為 $E_x(z) = E_0 e^{jkz}$ ，其中 E_0 是電場的幅值， $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ 是波數。請計算其對應磁場 $\vec{H}$ 的表達式，並說明其磁場分量的幅值 H_0 與電場分量幅值 E_0 之間的比值，以及磁場分量的相位 ϕ_H 與電場分量相位之間的關係。
(25 分)

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》：瞭解平面波之特性

【擬答】

$$E_0^+(z, t) = \text{Re}[E_0^+ e^{jkz} e^{j\omega t}] = E_0^+ \cos(\omega t - kz)$$

$$\vec{E} = \hat{x}E_x^+(z), \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu(\hat{x}H_x^+ + \hat{y}H_y^+ + \hat{z}H_z^+)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \Rightarrow \vec{H}$$

$$= -\frac{1}{j\omega\mu} (\nabla \times \vec{E})$$

$$= -\frac{1}{j\omega\mu} \begin{vmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_0^+ e^{-jkz} & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow H_x^+ = H_z^+$$

$$= 0, H_y^+(z)$$

$$= -\frac{1}{j\omega\mu} \cdot E_x^+(z) = \frac{1}{\eta} E_x^+(z)$$

故可定義如下本質阻抗(intrinsic impedance)：

$$\eta = \frac{\omega\mu}{k} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = 120\pi = 377\Omega \text{ (真空)}$$

對於均勻平面波而言，電場與磁場的比值稱為介質的本質阻抗。

志光 學識 保成

高普考 雙榜學長高分上榜的秘密

工科題庫班

解析 題目觀念
精選易錯題型
加強觀念解析

強化 解題技巧
以題目授課
加強應考實力

增快 答題速度
加強快速審題
增加取分機會



電子學考題的多樣性太過豐富，因此讓我慶幸有**題庫班**的存在。當讀完課程並複習完後初次寫電子學考古題仍舊讓我難以著手，透過**題庫班**的課程整理出各單元的解題方式才稍微能夠下筆。

許O軒 112高考電力工程 全國狀元 | 112普考電力工程 全國榜眼