

112 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試
類 科：機械工程
科 目：自動控制

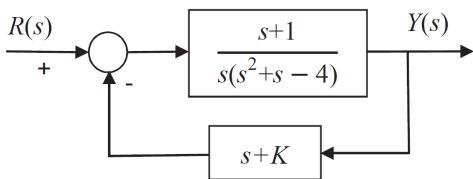
陳銘 老師

一、如下圖控制系統，其中 $K \in R$ ，為待設計之控制增益：

(一)試推導從輸入 $R(s)$ 到輸出 $Y(s)$ 的轉移函數，並畫出當 K 值變化時系統之根軌跡。(15 分)

(二)當 K 值很大時，評估閉迴路系統的三個根的實部數值，並藉以估算系統的穩定時間。

(10 分)



1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》：使用根軌跡方法繪圖

【擬答】

(一)閉回路特性方程式為

$$1 + \frac{s+1}{s(s^2+s-4)}(s+k) = 0 \Rightarrow s^3 + 2s^2 + (k-3)s + k = 0$$

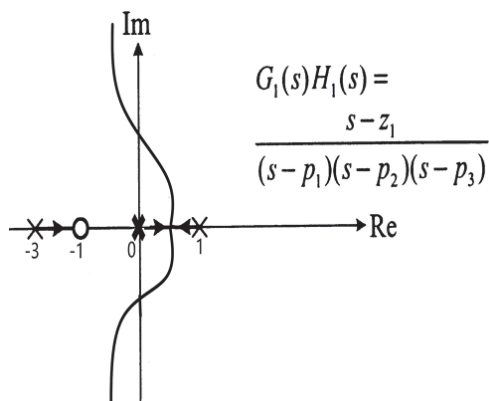
$$\therefore 1 + \frac{k(s+1)}{s(s^2+2s-3)} = 1 + \frac{k(s+1)}{s(s+3)(s-1)} = 0$$

極點分別為： $s=0, -3, 1$ 共 3 個極點，而零點則為 -1 。

漸近線角度： $\theta_A = \pm 90^\circ$

漸近線與實軸交點： $\sigma_A = -0.5$

分叉點：由 $\frac{dG}{ds} = 0$ ，可得 $s=0.36$



$$G_1(s)H_1(s) = \frac{s-z_1}{(s-p_1)(s-p_2)(s-p_3)}$$

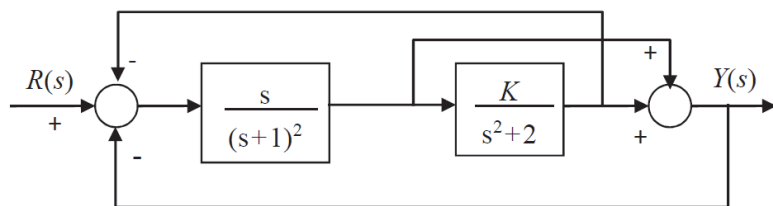
(二) $\Delta(s) = s^3 + 2s^2 + ks + k = 0 \Rightarrow 1 + \frac{k(s+1)}{s^2(s+2)} = 0 \Rightarrow s=0, 0, -2$

公職王歷屆試題 (112 地方政府特考)

二、如下圖控制系統，其中 $K \in R$ ，為待設計之控制增益：

(一)試推導從輸入 $R(s)$ 到輸出 $Y(s)$ 的轉移函數，並決定能使此系統穩定的 K 之範圍。(15 分)

(二)當調整 K 使此系統處於臨界穩定時，系統之震盪頻率為何？(10 分)



1. 《考題難易》★★★★
 2. 《破題關鍵》：使用 RH 法則

【擬答】

$$(-) Y = Y_1 + \frac{s}{(s+1)^2} (R - Y - Y_1) \Rightarrow Y \left(1 + \frac{s}{(s+1)^2} \right) = \frac{s}{(s+1)^2} R + Y_1 \left(1 - \frac{s}{(s+1)^2} \right)$$

$$Y_1 = \frac{s}{(s+1)^2} \frac{K}{s^2+2} (R - Y - Y_1)$$

則

$$\frac{Y}{R} = \frac{s^5 + 2s^4 + 3s^4 + 4s^2 + (2+K)s}{s^6 + 5s^5 + 10s^4 + (15+K)s^3 + (17+K)s^2 + (10+K)s + 2}$$

使用 RH 表格

s^6	1	10	17+K	2
s^5	5	15+K	10+K	
s^4	$\frac{35-K}{5}$	$\frac{75+4K}{5}$	2	
s^3	$\frac{450+16K-K^2}{35-K}$	10+K		
s^2	$\frac{75+4K}{5}$	$\frac{(10+K)(35-K)^2}{5(450+16K-K^2)}$		
s	$\frac{35-K}{5}$	$\frac{(10+K)(35-K)^2}{5(450+16K-K^2)}$		

$$\frac{35-K}{5} > 0 ; \frac{450+16K-K^2}{35-K} > 0 ; \frac{75+4K}{5} - \frac{(10+K)(35-K)^2}{5(450+16K-K^2)} > 0$$

$$(-) \frac{450+16K-K^2}{35-K} = 0 \Rightarrow K = 30.67$$

產生振盪頻率

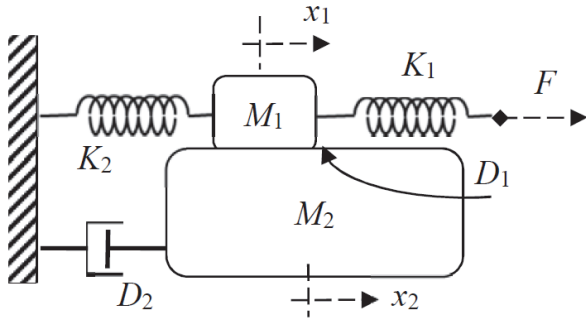
公職王歷屆試題 (112 地方政府特考)

三、如圖所示，質量塊 M_1 置於 M_2 上方，其間具有係數為 D_1 的阻尼效應，外力 F 經由一彈簧（係數 K_1 ）拉動 M_1 ， M_1 另一端與牆壁間透過彈簧（ K_2 ）連接， M_2 與牆壁則由一阻尼器（ D_2 ）連接。兩物體位移量 (x_1, x_2) 之座標定義分別如圖所示。

(一)請推導以 F 為輸入、 x_1 為輸出的轉移函數 $\frac{x_1}{F}(s)$ ，並說明改變彈簧 K_1 的值是否會影響此轉

移函數的極零點位置。(15 分)

(二)若考慮 D_1 可能趨近於零或無限大，分別寫出此系統在兩種極端條件下 ($D_1=0$ 與 $D_1 \rightarrow \infty$) 時，簡化的等效轉移函數。(10 分)



1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》：瞭解平移系統的力平衡圖

【擬答】

$$(一) F = K_1 x_1$$

$$F - K_2 x_1 - D_1 (x_1 - x_2) = M_1 \ddot{x}_1 \Rightarrow F = (M_1 s^2 + D_1 s + K_2) X_1 - D_1 s X_1$$

$$D_1 (x_1 - x_2) - D_2 x_2 = M_2 \ddot{x}_2 \Rightarrow D_1 s X_1 = (M_2 s^2 + D_1 s + D_2 s) X_2$$

$$\therefore X_2 = \frac{D_1 s}{M_2 s^2 + (D_1 + D_2) s} X_1$$

$$\Rightarrow F = (M_1 s^2 + D_1 s + K_2) X_1 - D_1 s \times \frac{D_1 s}{M_2 s^2 + (D_1 + D_2) s} X_1$$

$$F = X_1 \times \frac{(M_1 s^2 + D_1 s + K_2)(M_2 s^2 + (D_1 + D_2) s) - D_1^2 s^2}{M_2 s^2 + (D_1 + D_2) s}$$

$$\therefore \frac{X_1}{F} = \frac{M_2 s^2 + (D_1 + D_2) s}{M_1 M_2 s^4 + [M_1(D_1 + D_2) + M_2 D_1] s^3 + (D_1 D_2 + K_2 M_2) s^2 + K_2 (D_1 + D_2) s}$$

$$\Rightarrow \frac{X_1}{F} = \frac{M_2 s + (D_1 + D_2)}{M_1 M_2 s^3 + [M_1(D_1 + D_2) + M_2 D_1] s^2 + (D_1 D_2 + K_2 M_2) s + K_2 (D_1 + D_2)}$$

改變彈簧 K_1 的值不會影響此轉移函數的極零點位置

(二) $D_1=0$

$$\frac{X_1}{F} = \frac{M_2 s + D_2}{M_1 M_2 s^3 + M_1 D_2 s^2 + K_2 M_2 s + K_2 D_2}$$

$D_1=\infty$

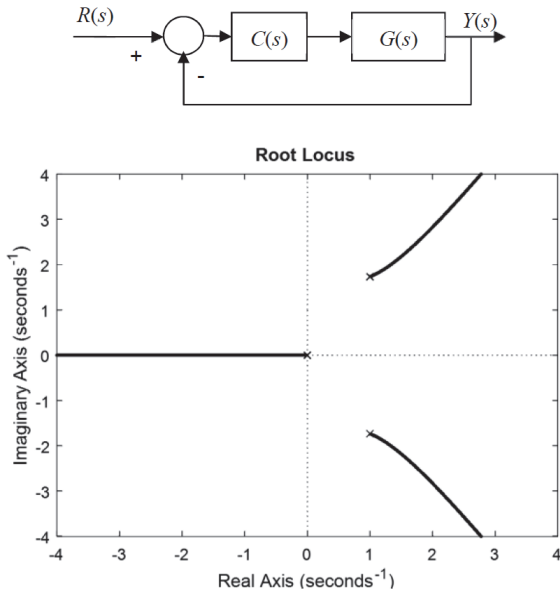
$$\frac{X_1}{F} = \frac{M_2 s + D_1}{M_1 M_2 s^3 + D_1 (M_1 + M_2) s^2 + D_1 D_2 s + K_2 D_1}$$

四、下圖之單位負回授架構，轉移函數 $G(s)$ 的根軌跡圖如下方所示。

公職王歷屆試題 (112 地方政府特考)

(一)若控制器 $C(s)=1$ ，判斷此系統型態，並以漸進線法繪出此開迴路系統 $G(s)C(s)$ 之波德圖。
(15 分)

(二)欲設計此系統之控制器 $C(s)$ 請評估能否藉由 PI、PD 或 PID 控制器使系統穩定。若皆無法達成，請建議合適的控制器 $C(s)$ 的設計。(10 分)



1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》：瞭解波德圖與補償器用途

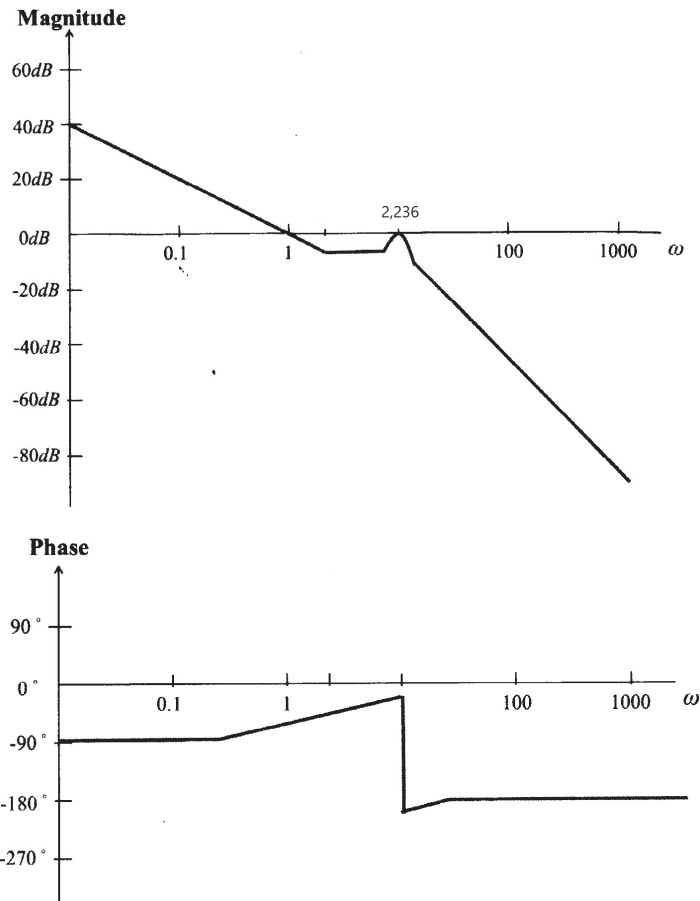
【擬答】

(一)為 type 1 $C(s)G(s) = \frac{k}{s(s^2 - 2s + 5)}$ ，極點；轉角頻率 $\omega_n = \sqrt{5}$

令 $k=100$

則 Bode diagram 如下

公職王歷屆試題 (112 地方政府特考)



(二) PI、PD 或 PID 控制器無法使系統穩定，由於原先的主極點位置不佳，因此需要相位超前補償器。



站上工科巔峰

電力工程 電子工程
機械工程 電信工程

112高普考&111地方特考 TOP10 強勢上榜

狀元	榜眼	探花
高考 電力工程 許○軒 高考 電子工程 郭○瑞	普考 電力工程 許○軒 地特三等(台北市) 電子工程 郭○瑞 地特四等(台北市) 電力工程 張○境	普考 電力工程 呂○勳 地特四等(台北市) 電子工程 楊○榮 地特四等(高雄市) 電子工程 何○宇
【全國第四】 普考 電力工程 林○彬 【全國第五】 普考 電力工程 莊○鈞 【台北市第五】 地特三等 電子工程 薛○文	【全國第六】 普考 電信工程 朱○萱 【全國第七】 普考 電子工程 王○延 【全國第八】 高考 電力工程 林○彬	【全國第八】 高考 電子工程 黃○源 【全國第八】 普考 電子工程 黃○軒 【全國第十】 高考 機械工程 徐○甫

優秀考取 菁英薈萃

高考 電力工程 孫○勝
 高考 電力工程 呂○勳
 高考 電力工程 郭○謙
 高考 電力工程 林○祐
 高考 電力工程 許○騰
 高考 電力工程 莊○鈞
 高考 電力工程 王○宏

高考 電力工程 陳○文
 高考 電力工程 汪○懷
 高考 電力工程 蔡○穎
 高考 電力工程 羅○瑋
 普考 電力工程 郭○宗
 普考 電力工程 孫○勝
 普考 電力工程 蔡○祐


普考 電力工程 蔡○穎
 普考 電力工程 王○宏
 普考 電力工程 賴○允
 普考 電力工程 蔡○翰
 普考 電力工程 陳○萱
 普考 電力工程 孫○勝
 普考 電力工程 蔡○祐

高考 電子工程 林○陞
 普考 電子工程 鄭○崇
 普考 電子工程 蔡○恩
 普考 電子工程 林○仁
 普考 電子工程 郭○謙
 普考 電子工程 蔡○典
 普考 電子工程 周○明


高考 機械工程 翁○駿
 高考 機械工程 賴○儒
 普考 機械工程 余○緯
 普考 機械工程 官○麟
 普考 機械工程 廖○瑄
 普考 機械工程 陳○宏
 普考 機械工程 賴○儒

普考 機械工程 翁○駿
 普考 機械工程 徐○甫
 普考 機械工程 陳○昇
 普考 機械工程 高○倫
 普考 機械工程 應○宏
 普考 機械工程 黃○吉
 普考 機械工程 盧○方
 普考 機械工程 張○傑


版面有限 無法一一刊登



雙榜學長的上榜訣竅



謝謝老師們這麼盡力的教導及輔助



高普雙榜 蔡○穎 112高普考電力工程

電子學老師上課淺顯易懂，也搭配題目練習加深我們對解題的理解，更幫我們分別說明解題申論跟選擇的方式。

電機機械這科目是我陌生的科目，不過老師的講解淺顯易懂，例如：電動機、發電機、感應電動機及變壓器，需要了解其等效路圖以及其原理，才能駕輕就熟。

想了解更多訣竅？

歡迎至 志光.學儒.保成 全國門市洽詢



工科上榜養成規劃



法科架構班
結合實務例子
建構法科概念



扎實正規班
完整堂數
循序漸進



進階課程
圖解階段複習
解題技巧灌輸



工科全科班
公職+國營
一次到位



主題題庫班
主題教學
考點分析



精華總複習
掌握考點
增強實力



全真模擬考
比照真實考試
檢視應考實力



考前關懷講座
名師最終提點
觀念更加清晰

詳細課程內容，歡迎至志光學儒保成全國門市洽詢





獨家 高普考工科進階課程



----- 階梯式課程設計，鞏固考取實力 -----

理論建構 縱向連貫		知識運用 橫向整合	
基礎班	正規課前導讀 快速進入狀況	階段複習課	加強學習連貫 增強邏輯思考
多循環正規班	同考科採多元師資教學 同類科開立多循環課程	申論作答班	名師專業指導 迅速加強實力
考前總複習班	重要章節統整觀念 補充最新時事法條	測驗易點通	精選歷年易錯題目 加強觀念不踩陷阱

歡迎至 志光.學儒.保成 全國門市洽詢

