

112 年特種考試地方政府公務人員考試試題

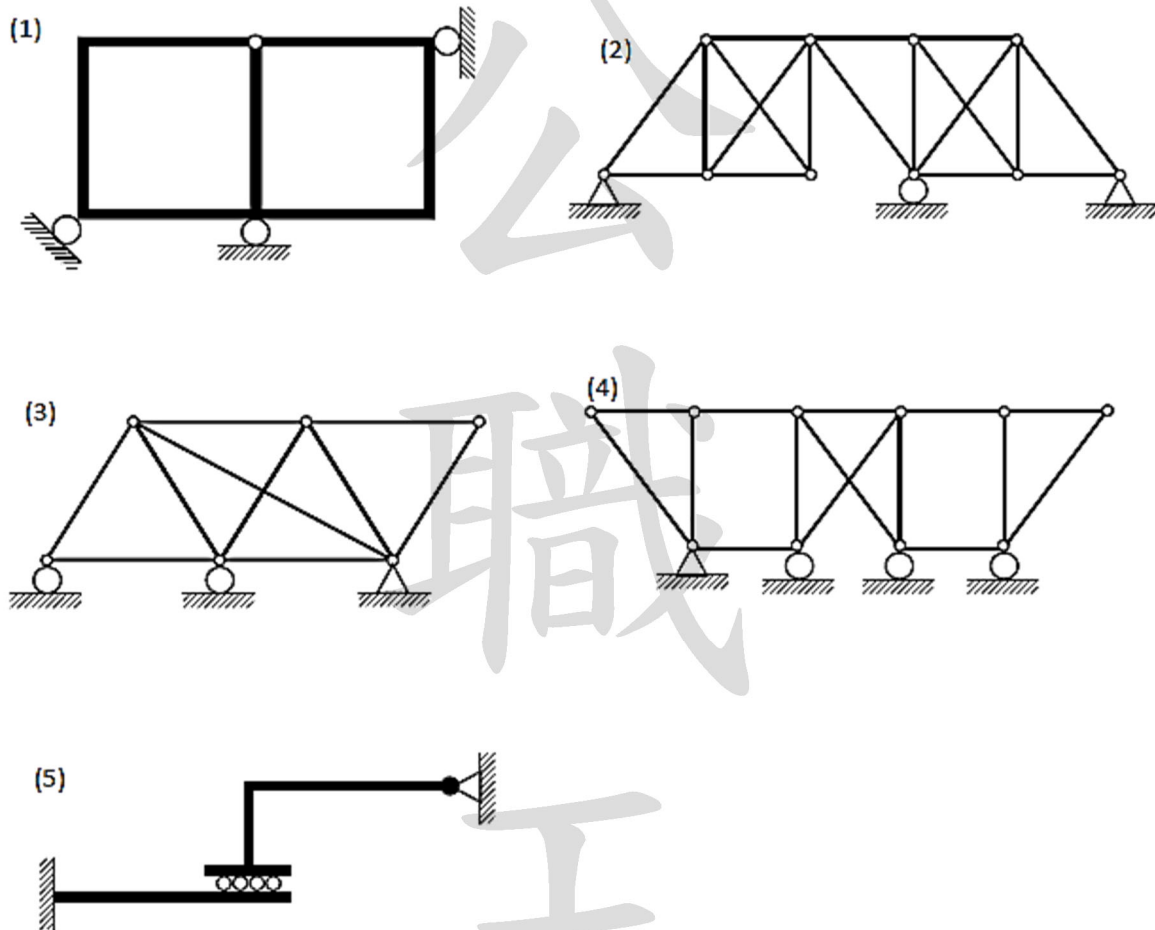
等 別：三等考試

類 科：土木工程

科 目：結構學

邱鴻昇老師解題

一、請判斷以下各結構是否為穩定？若為穩定，進一步判斷是靜定或靜不定？若為靜不定，進一步判斷其靜不定度。圖中粗黑線表示抗彎桿件，而細黑線兩端有空心圓者表示為桁架二力桿件。(25 分)

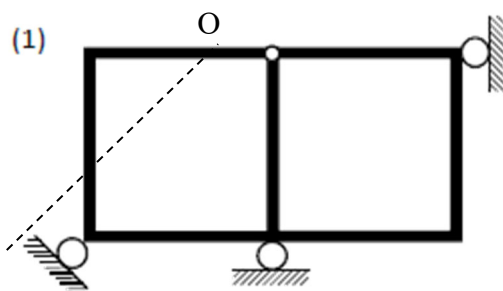


【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★

2. 《破題關鍵》將結構分為「內幾何」與「外幾何」分別判斷，可較快判定其穩定及可定性。

【擬答】

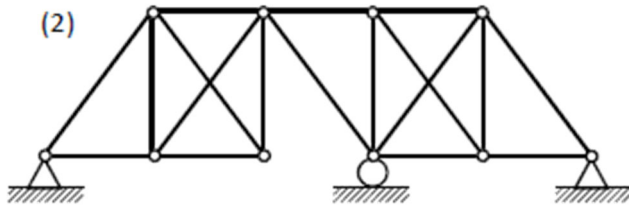


題目雖未給相關尺寸及支承旋轉角度，但依比例關係，反力應共交於鋼架上鉸接點 O，故

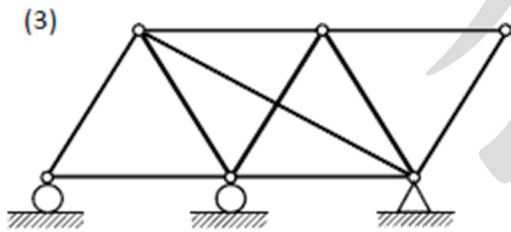
公職王歷屆試題 (112 地方特考)

此結構因「支承反力完全共點」，判定為「不穩定結構」。

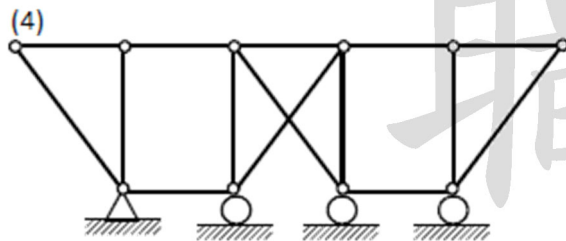
若非屬「支承反力完全共點」，則結構體屬靜不定結構，且為「4 次靜不定」。



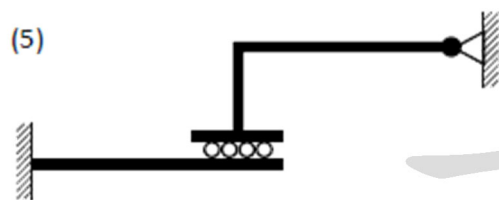
本桁架系統屬內幾何 1 次靜不定，外幾何 2 次靜不定，整體為「3 次靜不定結構」。



本桁架系統屬內幾何 1 次靜不定，外幾何 1 次靜不定，整體為「2 次靜不定結構」。



本桁架系統屬內幾何 2 個缺陷，藉 2 個外幾何輔助使其穩定，整體為「穩定且靜定結構」。



本桁架系統屬內幾何 1 個缺陷，藉 2 個外幾何輔助使其穩定，整體為「1 次靜不定結構」。

志光·志聖·學儒 土木權威

土木人幸福企劃

2~3月 研究所
考試7月 高普考
土木8月 司法、調查局考試
(營繕工程組)11月 土木技師考試
結構技師考試12月 地方特考
土木

※國營事業考試(依照簡章公佈日期為主)

許○華 112高考土木工程 交大土木系

土木高考是CP值最高的公職考科，剛放榜完看到很多落榜及上榜的心得分享，其他類科高考很多總平均60以上落榜，普考還有70分落榜的，土木高考缺多錄取分數幾乎是每年50分錄取，且計算科佔比高，計算科的分數確定性比較高，有讀有分，不像申論考科的高不確定性，認真準備都是一次上，而且備考期大概半年到八個月左右，其實這個時間我認為是最恰當的，時間剛好夠把書讀熟，又不會開始有倦怠感。

全國
第5名

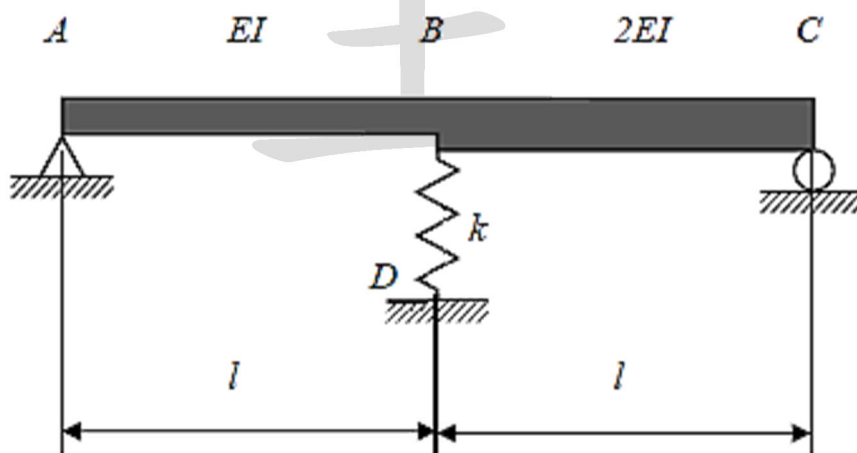
四大學習系統

面授+直播+視訊+在家上課
業界最強 多元學習系統任你選擇

STEP
01實力養成
正規班STEP
02主題強化
數位2.0課程EP
3解疑惑
課業諮詢EP
4強化解題
題庫班STEP
05榜前預約
總複習

二、二跨連續梁結構如圖，左右側跨距均為 l ，其斷面撓曲剛性 (flexural rigidity) 分別為 EI 與 $2EI$ 。其左支承為鉸接，右支承為滾接，而中央支承為線彈性支承，其勁度為 k ，且 $k = \frac{4EI}{l^3}$ 。

今假設施工時 BD 彈簧的長度比設計值少了 Δ ，而強迫拉伸後固定於梁上的 B 點以及基礎的 D 點之間。梁元件僅考慮撓曲變形，請應用最小功法 (method of least work) 或單位力法 (unit-load method) 求解 BD 彈簧內力並以合適的方法求 B 點向下位移量。未依指示方法求解者不予計分。(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★
2. 《破題關鍵》一次靜不定結構，運用變形諧和條件即可求解。

【擬答】

(一)計算彈簧回復力 P (等值節點載重)

$$P = k \cdot \Delta = \frac{4EI}{l^3} \Delta$$

(二)令彈簧為贅力 R_D (假設彈簧受壓)，列彎矩方程式

原載重+贅力 $M_1(x_1) = \frac{P}{2}x_1 - \frac{R_D}{2}x_1 \quad (\text{AB 段})$ $M_2(x_2) = \frac{P}{2}x_2 - \frac{R_D}{2}x_2 \quad (\text{BC 段})$	單位虛載重 $m_1(x_1) = \frac{1}{2}x_1 \quad (\text{AB 段})$ $m_2(x_2) = \frac{1}{2}x_2 \quad (\text{BC 段})$

(三)由單位力法列諧和變位式求贅力 R_D 及 B 點向下變為 δ_B

$$1 \cdot \delta_B = \frac{1}{EI} \int M_1 \cdot m_1 dx + \frac{1}{2EI} \int M_2 \cdot m_2 dx \quad , \text{ 其中 } \delta_B = \frac{R_D \cdot l^3}{4EI}$$

$$\Rightarrow \frac{R_D \cdot l^3}{4EI} = \frac{1}{EI} \int_0^l \frac{P}{4} x_1^2 - \frac{R_D}{4} x_1^2 dx + \frac{1}{2EI} \int_0^l \frac{P}{4} x_2^2 - \frac{R_D}{4} x_2^2 dx$$

$$\Rightarrow \frac{R_D \cdot l^3}{4EI} = \frac{1}{EI} \left(\frac{P}{12} l^3 - \frac{R_D}{12} l^3 \right) + \frac{1}{2EI} \left(\frac{P}{12} l^3 - \frac{R_D}{12} l^3 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{R_D \cdot l^3}{4EI} = \frac{1}{EI} \left(\frac{P}{12} l^3 - \frac{R_D}{12} l^3 \right) + \frac{1}{2EI} \left(\frac{P}{12} l^3 - \frac{R_D}{12} l^3 \right)$$

$$\Rightarrow R_D = \frac{1}{3}P = \frac{4EI}{3l^3} \Delta \quad , \text{ 得 } \delta_B = \frac{4EI}{3l^3} \Delta \cdot \frac{l^3}{4EI} = \frac{\Delta}{3}$$

Ans :

$$\text{彈簧內力：} R_D = \frac{4EI}{3l^3} \Delta$$

$$\text{B 點下向變位：} \delta_B = \frac{\Delta}{3}$$

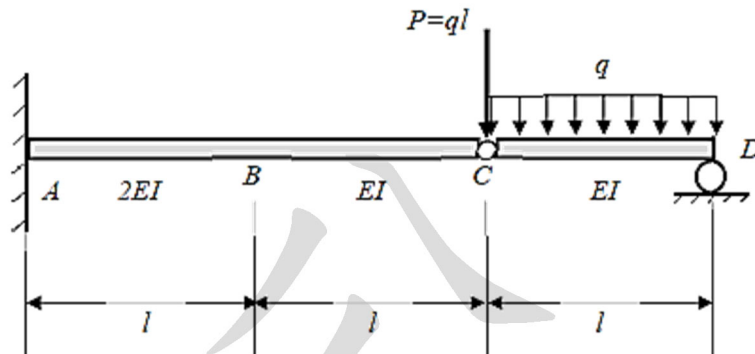
公職王歷屆試題 (112 地方特考)

三、有一靜定結構及其受力如下圖所示。忽略剪力變形以及幾何非線性，在小位移狀態之下試回答下列問題：

(一)繪製如下靜定結構之彎矩圖。(5 分)

(二)不限方法，試求圖中 C 點左側梁部分的轉角。(10 分)

(三)使用共軛梁法求圖中 C 點的向下位移。(10 分)



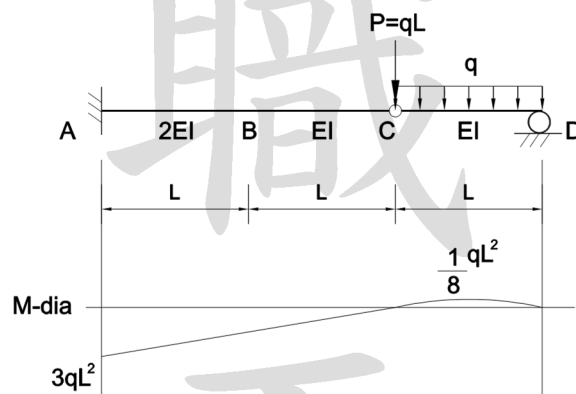
【解題關鍵】

1. 《考題難易》★

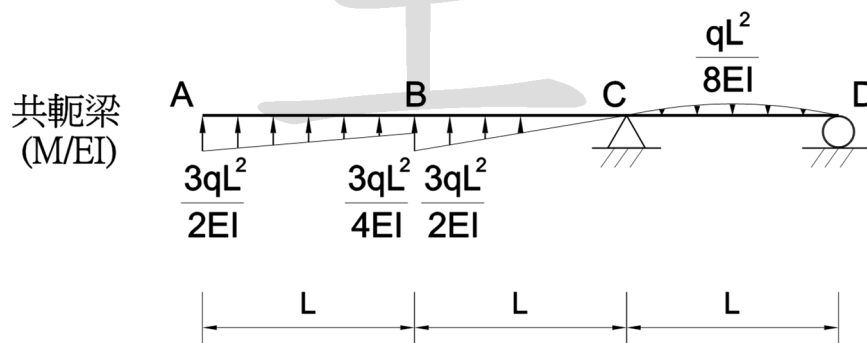
2. 《破題關鍵》靜定結構，共軛梁計算時，注意 EI 變化即可順利求解。

【擬答】

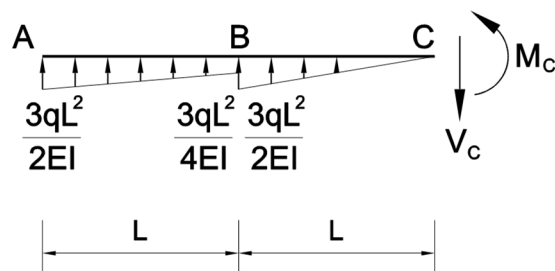
(一)繪製彎矩圖



(二)繪製共軛梁圖



(三)取共軛梁 AC 分離體，求 C 點左側轉角 $\theta_{C左}$ 及 C 點向下位移 δ_C



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_C = \frac{3qL^2}{2EI} \cdot \frac{L}{2} + \frac{3qL^2}{4EI} \cdot L + \frac{3qL^2}{4EI} \cdot \frac{L}{2} = \frac{15qL^3}{8EI} (\downarrow)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_C = \frac{3qL^2}{2EI} \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(\frac{2}{3}L\right) + \frac{3qL^2}{4EI} \cdot L \cdot \left(\frac{3}{2}L\right) + \frac{3qL^2}{4EI} \cdot \frac{L}{2} \cdot \left(\frac{5}{3}L\right) = \frac{9qL^4}{4EI}$$

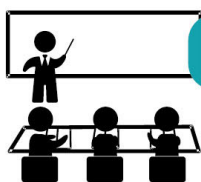
Ans :

$$C \text{ 點左側轉角 } \theta_{C左} = \frac{15qL^3}{8EI} (\text{順})$$

$$C \text{ 點向下位移 } \delta_C = \frac{9qL^4}{4EI} (\downarrow)$$

志光×學儒×保成

五大學習方式 上課超便利



現場面授

名師現場面對面
即時互動解答疑惑



直播教學

即時登入直播跟課
掌握進度免等待



視訊課程

手機APP預約上課
輔導期間 無限重覆看課



WIFI看課

專屬WIFI教室
讓你學習時間更彈性

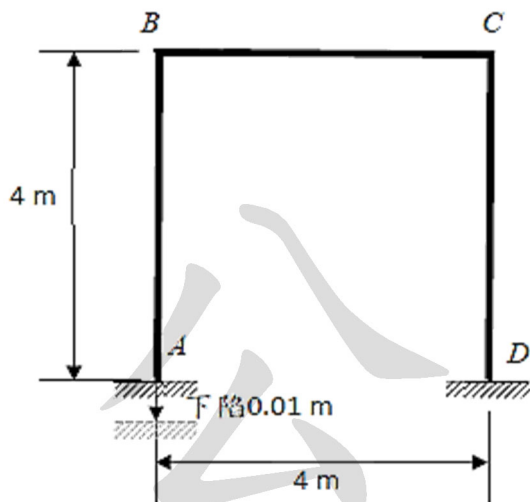


在家學習

使用在家補課點數
即可在家複習上課
(以老師授權科目為主)

公職王歷屆試題 (112 地方特考)

四、靜不定梁結構如圖所示，圖中桿件 AB 、 BC 、 CD 長度皆為 4m；斷面撓曲剛性 (flexural rigidity) 皆為 5MNm^2 。試求由於節點 A 處基礎下陷 0.01m 所引起的所有節點位移量以及所有桿件端點彎矩。本題限用傾角變位法，未使用指定方法計算者不予計分。僅考慮撓曲變形而忽略軸向變形。(25 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》★★★

2. 《破題關鍵》本題為傾角變位法，載重反對稱題型，熟悉反對稱性質可迅速求解，若僅背公式不熟變形特性容易出錯。

【擬答】

(一) 自由度值 θ_B 、 θ_C 、 R ，列桿件勁度比值及計算固端彎矩
桿件勁度比

$$K_{AB}:K_{BC}:K_{CD} = K:K:K$$

$$R_{AB}:R_{CD} = R:R$$

$$\left(\frac{-6EI}{L^2}\Delta\right)_{BC} = \frac{-6 \cdot 5 \cdot 10^3}{4^2} \cdot 0.01 = 18.75(\text{kN} \cdot \text{m})$$

(二) 列桿端彎矩式

$$M_{AB} = 2 \cdot (K)(\theta_B - 3R) = 2K\theta_B - 6KR$$

$$M_{BA} = 2 \cdot (K)(2\theta_B - 3R) = 4K\theta_B - 6KR$$

$$M_{BC} = 2 \cdot (K)(2\theta_B + \theta_C) + 18.75 = 4K\theta_B + 2K\theta_C + 18.75$$

$$M_{CB} = 2 \cdot (K)(\theta_B + 2\theta_C) + 18.75 = 2K\theta_B + 4K\theta_C + 18.75$$

$$M_{CD} = 2 \cdot (K)(2\theta_C - 3R) = 4K\theta_C - 6KR$$

$$M_{DC} = 2 \cdot (K)(\theta_C - 3R) = 2K\theta_C - 6KR$$

(三) 取分離體求自由度值，(O 點為 AB 及 CD 桿延伸之交點)

$$\sum M_B = 0, M_{BA} + M_{BC} = 0 \Rightarrow 8K\theta_B + 2K\theta_C - 6KR + 18.75 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$\sum M_C = 0, M_{CB} + M_{CD} = 0 \Rightarrow 2K\theta_B + 8K\theta_C - 6KR + 18.75 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

$$\sum F_x = 0, \left(\frac{M_{AB}+M_{BA}}{4} + \frac{M_{CD}+M_{DC}}{4}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 6K\theta_B + 6K\theta_C - 24KR = 0 \dots\dots\dots(3)$$

聯立(1)、(2)及(3)式求自由度值

$$K\theta_B = -2.679$$

$$K\theta_C = -2.679$$

$$KR = -1.339$$

(四)代入自由度值求桿端彎矩

$$M_{AB} = 2K\theta_B - 6KR = 2.68(kN - m)$$

$$M_{BA} = 4K\theta_B - 6KR = -2.68(kN - m)$$

$$M_{BC} = 4K\theta_B + 2K\theta_C + 18.75 = 2.68(kN - m)$$

$$M_{CB} = 2K\theta_B + 4K\theta_C + 18.75 = 2.68(kN - m)$$

$$M_{CD} = 4K\theta_C - 6KR = -2.68(kN - m)$$

$$M_{DC} = 2K\theta_C - 6KR = 2.68(kN - m)$$

(五)計算節點變位

$$KR = -1.339 \quad , \quad \text{其中 } K = \frac{EI}{L} \quad , \quad R = \frac{\Delta}{L}$$

$$\text{即 } \frac{EI}{L^2} \Delta = -1.339 \Rightarrow \Delta = -1.339 \cdot \frac{4^2}{5 \cdot 10^3} = 4.285 \cdot 10^{-3} m = 4.285 mm (\leftarrow)$$

Ans :

$$M_{AB} = 2.68(kN - m) \quad , \quad M_{BA} = -2.68(kN - m)$$

$$M_{BC} = 2.68(kN - m) \quad , \quad M_{CB} = 2.68(kN - m)$$

$$M_{CD} = -2.68(kN - m) \quad , \quad M_{DC} = 2.68(kN - m)$$

$$\Delta_{B,H} = 4.285 mm (\leftarrow) \quad , \quad \Delta_{B,V} = 10 mm (\downarrow) \quad , \quad \Delta_{C,H} = 4.285 mm (\leftarrow)$$

全方位智能學習系統



志光×學儒×保成

虛實整合 引你入勝



上課方式最多元

多元學習
新型態

突破傳統上課模式
學習不受環境影響

面授
學習

直播
學習

在家
學習

視訊
學習

WiFi
學習

- 學習零時差 | 同類科各班別，皆可同步直播上課
- 服務零死角 | 服務緊貼需求，隨時掌握學習狀況



考點掌握最全面

考試關鍵
不漏接

考前、考中及考後，皆享有
志光、學儒、保成專業服務

考前叮嚀影片

考前重點下載

線上即時解答

考後影音解題

依各區規劃為主，請洽全國門市