

113 年公務人員普通考試試題

類 科：電信工程
科 目：通信系統概要

伍霖老師

一、給予下列訊號

$$x(t) = 8 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right),$$

請畫出 $x(t)$ 的單邊頻譜 (single-sided spectra) 與雙邊頻譜 (double-sided spectra)。(25 分)

(注意：頻譜包含振幅跟頻率的關係與角度跟頻率的關係)

1. 《考題難易》：★★★普通

2. 《破題關鍵》：週期性訊號相量(Phasor)之表示法

3. 《學說文章》：

只要三個參數：振幅、相位角、頻率(旋轉速率)即可決定一個相量之特性：

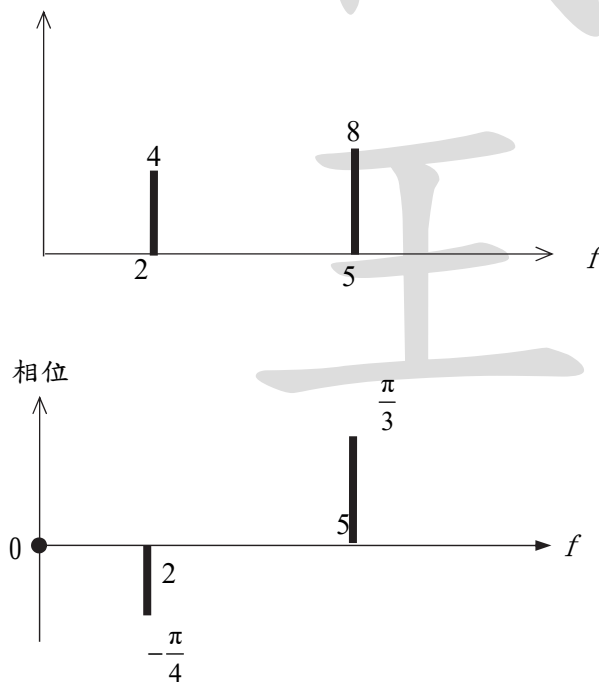
(1) 欲求單邊頻譜，需將以 cosine 表示之。

(2) 欲求雙邊頻譜，需將以指數函數表示之。

【擬答】

$$\begin{aligned} x(t) &= 8 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 8 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2}\right) \\ &= 8 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

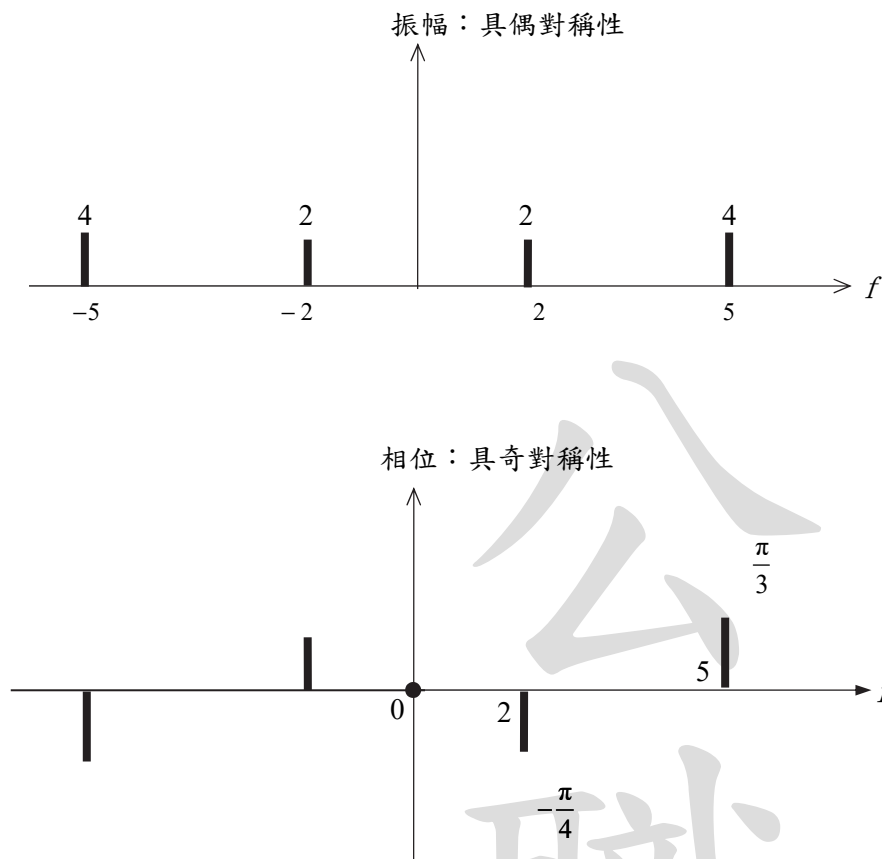
單邊(single-side)頻譜為僅含正頻率的部分，如下圖所示：



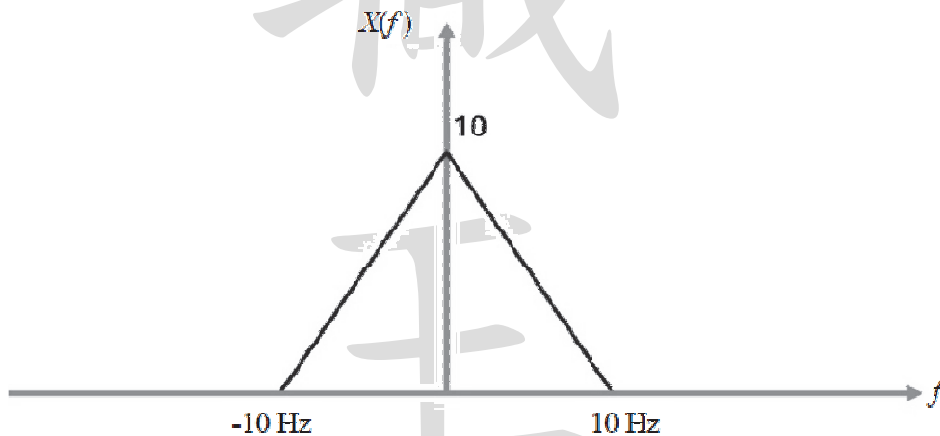
又

$$\begin{aligned} x(t) &= 8 \cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) + 4 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 4 \left[e^{j(2\pi 5t + \frac{1}{3}\pi)} + e^{-j(2\pi 5t + \frac{1}{3}\pi)} \right] + 2 \left[e^{j(2\pi 2t - \frac{1}{4}\pi)} + e^{-j(2\pi 2t - \frac{1}{4}\pi)} \right] \end{aligned}$$

雙邊(double-side)頻譜為含正、負頻率，如下圖所示：



二、若 $x(t)$ 的傅立葉轉換 $X(f)$ 如下圖所示：



試問：

- (一)若要取樣該訊號則最小取樣頻率為何？(10 分)
- (二)若取樣頻率為最小取樣頻率，取樣後在時間上的訊號模型為何？(5 分)
- (三)承第(二)小題，該訊號的頻譜響應為何？(5 分) 頻譜圖又為何？(5 分)

1. 《考題難易》：★★★普通

2. 《破題關鍵》：取樣定理：若有限頻寬 $x(t)$ 之最高頻率為 f_m ，將 $x(t)$ 以速率 f_s 均勻取樣，則若 $f_s \geq 2f_m$ ， $x(t)$ 可利用其離散之取樣值 $x(nT_s)$ 完全重建。

3. 《學說文章》：

$$x_s(t) = x(t)g(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

$$X_s(f) = F\{x_s(t)\} = X(f) * G(f)$$

【擬答】

$$(\rightarrow) X(f) = 10 \operatorname{tri}\left(\frac{f}{10}\right) \Rightarrow W = 10\text{Hz} \Rightarrow f_s \geq 20\text{Hz}$$

(二)

$$X(f) = 10 \operatorname{tri}\left(\frac{f}{10}\right) \Rightarrow x(t) = 100 \operatorname{sinc}^2(10t)$$

$$\begin{aligned} x_s(t) &= x(t) \times g(t) = 100 \operatorname{sinc}^2(10t) \times \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{n}{20}\right) \delta\left(t - \frac{n}{20}\right) \\ &= 100 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{n}{2}\right) \delta\left(t - \frac{n}{20}\right) \end{aligned}$$

(三)

$$\begin{aligned} X_s(f) &= \mathfrak{F}\{x_s(t)\} = X(f) * G(f) \\ &= f_s \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - mf_s) = 20 \sum_{m=-\infty}^{\infty} X(f - 20m) \\ &= 200 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \operatorname{tri}\left(\frac{f - 20m}{10}\right) \end{aligned}$$

三、假設一訊號 $m(t)$ 為

$$m(t) = 4 \cos(20\pi t),$$

試問：

(一)此訊號 $m(t)$ 的功率為多少？(5 分)(二)正規化 $m(t)$ 使正規化的訊號有最小振幅-1，則此訊號的數學模型為何？(5 分)(三)若未調變訊號為 $100 \cos 200\pi t$ ，用振幅調變來傳遞此訊號，則此振幅調變訊號為何？

(調變指數為 0.5) (10 分)

(四)此振幅調變訊號的傅立葉轉換為何？(5 分)

1. 《考題難易》：★★★★★非常困難
2. 《破題關鍵》：振幅調變訊號、調變指數、傅立葉轉換
3. 《學說文章》：

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c [1 + k_a A_m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t) + A_c k_a A_m \cos(2\pi f_m t) \cos(2\pi f_c t) \\ &= A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} A_c k_a A_m [\cos 2\pi(f_c + f_m)t + \cos 2\pi(f_c - f_m)t] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{頻譜為 } S(f) &= \frac{1}{2} A_c [\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)] \\ &\quad + \frac{1}{4} A_c k_a A_m [\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)] \\ &\quad + \frac{1}{4} A_c k_a A_m [\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)] \end{aligned}$$

【擬答】

$$(\rightarrow) P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T |x(t)|^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [A \cos(\omega_0 t)]^2 dt$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A^2}{2T} \left[\frac{t}{2} + \frac{\sin(2\omega_0 t)}{4\omega_0} \right]_{-T}^T = \frac{A^2}{2} = 8\text{W}$$

$$(二) m_n(t) = \frac{m(t)}{|\min m(t)|} = \frac{m(t)}{4} = \cos(20\pi t)$$

$$(三) \mu = \frac{|\min m(t)|}{A} = \frac{4}{A} = 0.5 \Rightarrow A = 8$$

$$\begin{aligned} s(t) &= [A + m(t)]A'_c \cos(2\pi f_c t) = \left[1 + \frac{m(t)}{A}\right] AA'_c \cos(2\pi f_c t) \\ &= [1 + \mu \cdot m_n(t)] \underbrace{AA'_c}_{A_c} \cos(2\pi f_c t) \\ &= 100[1 + 0.5 \cos(20\pi t)] \cos(200\pi t) \end{aligned}$$

$$(四) S(f) = 50[\delta(f-100) + \delta(f+100)] + \frac{50}{4}[\delta(f-110) + \delta(f+110) + \delta(f-90) + \delta(f+90)]$$

四、今有一訊號

$$x(t) = 10\cos(10\pi t),$$

試問：

(一) $x(t)$ 經過希爾伯(Hilbert)轉換後的訊號 $\hat{x}(t)$ 為何？(10分)

(二) $\hat{x}(t)$ 的傅立葉轉換為何？(5分)

(三)承第(二)小題，如何利用該訊號產生出 $x(t)$ 的單帶(single-sideband)訊號。(假設未調變訊號為 $A\cos(200\pi t)$) (10分)

1.《考題難易》：★★★普通

2.《破題關鍵》：希爾伯(Hilbert)轉換、單帶(single-sideband)訊號

3.《學說文章》：

SSB 可以表示成下列標準形式：

$$s_{USB}(t) = \frac{A_c}{2} [m(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

$$s_{LSB}(t) = \frac{A_c}{2} [m(t) \cos(2\pi f_c t) + \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)]$$

【擬答】

$$(一)(二) x(t) = 10\cos(10\pi t)$$

$$\text{則 } \hat{X}(f) = -j \operatorname{sgn}(f) \cdot 5[\delta(f-5) + \delta(f+5)] = -5j\delta(f-5) + 5j\delta(f+5)$$

$$\therefore \hat{x}(t) = -5je^{j2\pi 5t} + 5je^{-j2\pi 5t} = -5j[e^{j2\pi 5t} - e^{-j2\pi 5t}] = 10\sin(2\pi 5t)$$

(三)

$$\begin{aligned} s_{USB}(t) &= \frac{A_c}{2} [m(t) \cos(2\pi f_c t) - \hat{m}(t) \sin(2\pi f_c t)] \\ &= \frac{A_c}{2} [10\cos(10\pi t) \cos(200\pi t) - 10\sin(10\pi t) \sin(200\pi t)] \\ &= 5\cos(210\pi t) \end{aligned}$$


志光 學儒 保成

站上工科巔峰

電力工程

電子工程

機械工程

電信工程

112高普考&111地方特考 TOP10 強勢上榜

狀元	榜眼	探花
高考 電力工程 許○軒 高考 電子工程 郭○瑞	普考 電力工程 許○軒 地特三等(台北市) 電子工程 郭○瑞 地特四等(台北市) 電力工程 張○境	普考 電力工程 呂○勳 地特四等(台北市) 電子工程 楊○榮 地特四等(高雄市) 電子工程 何○宇

【全國第四】普考 電力工程 林○彬

【全國第五】普考 電力工程 莊○鈞

【台北市第五】地特三等 電子工程 薛○文

【全國第六】普考 電信工程 朱○萱

【全國第七】普考 電子工程 王○延

【全國第八】高考 電力工程 林○彬

【全國第八】高考 電子工程 黃○源

【全國第八】普考 電子工程 黃○軒

【全國第十】高考 機械工程 徐○甫

優秀考取 菁英薈萃

高考 電力工程 孫○勝； 高考 電力工程 陳○文； 普考 電力工程 蔡○穎； 高考 電子工程 林○陞； 高考 機械工程 翁○駿； 普考 機械工程 翁○駿
 高考 電力工程 呂○勳； 高考 電力工程 汪○懷； 普考 電力工程 王○宏； 普考 電子工程 鄭○崇； 高考 機械工程 賴○儒； 普考 機械工程 徐○甫
 高考 電力工程 郭○謙； 高考 電力工程 蔡○穎； 普考 電力工程 賴○允； 普考 電子工程 蔡○恩； 普考 機械工程 張○傑； 普考 機械工程 陳○昇
 高考 電力工程 林○佑； 普考 電力工程 羅○理； 普考 電力工程 蔡○翰； 普考 電子工程 林○仁； 普考 機械工程 余○緯； 普考 機械工程 高○倫
 高考 電力工程 許○騰； 普考 電力工程 郭○宗； 普考 電力工程 陳○萱； 普考 電子工程 郭○謙； 普考 機械工程 官○麟； 普考 機械工程 應○宏
 高考 電力工程 莊○鈞； 普考 電力工程 孫○勝； 普考 電力工程 蔡○典； 普考 電子工程 賴○憲； 普考 機械工程 廖○瑄； 普考 機械工程 黃○吉
 高考 電力工程 王○宏； 普考 電力工程 蔡○祐； 普考 電子工程 周○明； 普考 電子工程 林○陞； 普考 機械工程 陳○宏； 普考 機械工程 盧○方
 普考 電力工程 蔡○祐； 普考 電子工程 周○明； 普考 電子工程 林○陞； 普考 機械工程 賴○儒； 普考 機械工程 張○傑

版面有限 無法一一刊登

志光 學儒 保成


雙榜學長的上榜訣竅



謝謝老師們這麼盡力的教導及輔助

高普雙榜 蔡○穎 112高普考電力工程

電子學老師上課淺顯易懂，也搭配題目練習加深我們對解題的理解，更幫我們分別說明解題申論跟選擇的方式。
電機機械這科目是我陌生的科目，不過老師的講解淺顯易懂，例如：電動機、發電機、感應電動機及變壓器，需要了解其等效電路圖以及其原理，才能駕輕就熟。

想了解更多訣竅？

歡迎至 志光.學儒.保成 全國門市洽詢