

113 年公務人員普通考試試題

類 科：土木工程
 科 目：測量學概要
 考試時間：1 小時 30 分

賴明老師

一、請繪圖並說明水準測量前視讀數 (R_f)、後視讀數 (R_b)、前視點位高程 (H_f) 及後視點位高程 (H_b) 之函數關係以及如何獲得前、後視點位高程差。(25 分)

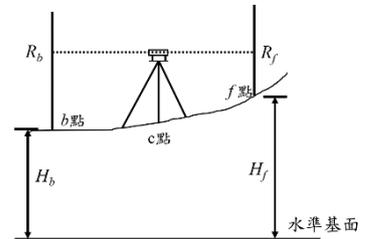
1. 《考題難易》：★★(最難 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：關鍵字：函數關係，前、後視點位高程差。
 重點提要：水準原理、繪圖輔助說明。
3. 《命中特區》：測量學上課教材第三章水準測量之五、水準測量之原理及施測方法

【擬答】：

已知：前視讀數 (R_f)、後視讀數 (R_b)、前視點位高程 (H_f) 及後視點位高程 (H_b) 由水準原理

(一)如右圖。

假設：b 點高程已知，f 點高程未知。水準儀整置於 c 點。
 如 c 點到 b 點的距離，與 c 點到 f 點的距離相等。
 則可消除水準儀視準軸誤差。



(二)當水準儀水平時，觀測 b、f 二點水準尺上讀數，得觀測量：

後視讀數 R_b 值、前視讀數 R_f 值。

當水準儀水平時，水平線類似水準線或水準面，水準面與水準基面為二個平行的水準面。因為，二平行水準面的垂直距離是相等，即

$$H_b + R_b = H_f + R_f \quad (\text{水準面原理})$$

$$f \text{ 點高程: } H_f = H_b + R_b - R_f$$

$$\text{前、後視點位高程差 } \Delta h = H_b - H_f = R_b - R_f$$

二、若全測站儀器測角誤差為 $10''$ ，測距僅考量測程誤差且為 10ppm 。以此儀器施測一往南方向線之角度及距離，試分析由這些數據計算所得之測站與目標點間坐標分量 ($\Delta E, \Delta N$) 何者精度較高？(25 分，需有計算及說明過程才予計分)

1. 《考題難易》：★★★★(最難 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：關鍵字：往南方向線，測角誤差，測程誤差，坐標分量精度。
 重點提要：誤差傳播定律之應用。
3. 《命中特區》：測量學上課教材第一章平面測量學基礎之第 5 節誤差傳播定律之應用

【擬答】：

假設：測站與目標點間的距離為 $L(m)$ ，方位角為 ϕ 。

$$\sigma_\phi'' = \pm 10'' \quad , \quad \sigma_L = \pm 10 \times \frac{L}{1000} \times \frac{1}{1000} = \pm 1 \times 10^{-5} \times L$$

(一)計算 $\sigma_{\Delta E}$

$$\Delta E = L \times \sin \phi \quad , \quad \frac{\partial \Delta E}{\partial L} = \sin \phi \quad , \quad \frac{\partial \Delta E}{\partial \phi} = L \times \cos \phi$$

$$\sigma_{\Delta E} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta E}{\partial L}\right)^2 \times \sigma_L^2 + \left(\frac{\partial \Delta E}{\partial \phi}\right)^2 \times \left(\frac{\sigma_\phi''}{\rho''}\right)^2} = \pm \sqrt{(\sin \phi \times \sigma_L)^2 + (L \times \cos \phi \times \sigma_\phi'' / \rho'')^2}$$

(二)計算 $\sigma_{\Delta N}$

$$\Delta N = L \times \cos \phi, \quad \frac{\partial \Delta N}{\partial L} = \cos \phi, \quad \frac{\partial \Delta N}{\partial \phi} = -L \times \sin \phi$$

$$\sigma_{\Delta N} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \Delta N}{\partial L}\right)^2 \times \sigma_L^2 + \left(\frac{\partial \Delta N}{\partial \phi}\right)^2 \times \left(\frac{\sigma_\phi''}{\rho''}\right)^2} = \pm \sqrt{(\cos \phi \times \sigma_L)^2 + (-L \times \sin \phi \times \sigma_\phi'' / \rho'')^2}$$

(三)坐標分量 ($\Delta E, \Delta N$) 精度高低之分析

方向線往南，方位角 $\phi = 180^\circ$ ， $\sin \phi = \sin 180^\circ = 0$ ， $\cos \phi = \cos 180^\circ = -1$

$$\sigma_{\Delta E} = \pm L \times \sigma_\phi'' / \rho'' = \pm L \times 10'' / 206265' = \pm 4.8 \times 10^{-5} \times L$$

$$\sigma_{\Delta N} = \pm \sigma_L = \pm 1 \times 10^{-5} \times L$$

$$\because \left| \pm 4.8 \times 10^{-5} \times L \right| = 4.8 \times 10^{-5} \times L > \left| \pm 1 \times 10^{-5} \times L \right| = 1 \times 10^{-5} \times L$$

$\therefore \Delta N$ 的精度較高

三、列舉三類衛星定位測量系統誤差 (systematic errors)，並說明如何減少或消除其誤差。(25 分)

1. 《考題難易》：★★★ (最難 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：關鍵字：衛星定位測量系統誤差。重點提要：誤差的減少或消除方法。
3. 《命中特區》：測量學上課教材第八章衛星定位測量之五、GPS 誤差

【擬答】：

(一)衛星定位測量系統誤差的分類

與衛星有關：衛星軌道誤差、衛星時鐘誤差。

與信號傳播有關：對流層延遲誤差、電離層延遲誤差。

與接收儀有關：接收儀時鐘誤差。

1. 軌道誤差

(1)衛星在空間中的理論位置與衛星的實際位置之差，稱之為衛星軌道誤差。衛星軌道實際位置是由衛星的星曆資料所得，衛星星曆可大致分為廣播星曆和精密星曆。

(2)基線長度誤差 ΔB 與衛星軌道誤差 Δr 之關係：

$$\frac{|\Delta r|}{\rho} = \frac{|\Delta B|}{B} \quad \text{式中； } \rho : \text{衛星至測站之距離。 } B : \text{基線長度}$$

2. 衛星時鐘誤差：GPS 衛星的鈹原子鐘，與真實 GPS 時，存在有微小的誤差。

3. 接收儀時鐘誤差：接收儀的石英鐘，與真實 GPS 時間存在巨大的誤差。

4. 電離層延遲誤差：當衛星信號通過電離層時，產生遲滯的現象，稱為電離層延遲。

5. 對流層延遲誤差：當衛星信號通過對流層時，產生遲滯的現象，稱為對流層延遲。

(1)延遲量在天頂方向約為 1.9m 至 2.5m，當衛星仰角愈低，延遲量愈大；當仰角為 10 度時，可達 20 公尺。因而在高程方向誤差較大。

(2)由乾空氣引起的乾分量，約佔對流層折射影響的 90%。

(二)減少或消除衛星定位測量系統誤差的方法

1. 軌道誤差：使用精密星曆

廣播星曆隨著 GPS 訊號傳送，精度 2 公尺。即時動態定位使用廣播星曆，軌道精度低。

精密星曆是經由嚴密的軌道計算。精度高，小於 5cm。要等觀測後 7~10 天方可取得。

2. 衛星時鐘誤差：由同步觀測（地面一次差、二次差），以求差的方式消除衛星時鐘誤差

3. 接收儀時鐘誤差：由同步觀測（空中一次差、二次差），以求差的方式，消除接收儀時鐘誤差。

4. 電離層延遲誤差：可利用雙頻觀測量，組成線性組合，消去 95% 電離層誤差之影響。

亦可在短基線(例如 < 10 km)，藉觀測量差分，明顯減弱電離層之影響。

5. 對流層延遲誤差：避免或減少的方法為：

(1)避免使用低角度的衛星。觀測時仰角設定在 15 度以上。

(2)採用對流層數學模式加以修正。

(3) 引入對流層影響的附加待估參數，在數據處理中一併求解。

(4) 在短基線(例如 $< 10 \text{ km}$)，藉觀測量差分，明顯減弱對流層之影響。

志聖土木 × 超級函授 全方位學習再進化!

線上上課+課後複習 超便利! ✓服務加倍 ✓學習加倍 ✓便利加倍



四、試舉一例說明光達點雲在土木工程的應用，並闡述其優勢。(25 分)

1. 《考題難易》：★★★ (最難 5 顆星)

2. 《解題關鍵》：關鍵字：光達點雲的應用及優勢。重點提要：舉例說明、光達原理。

3. 《命中特區》：測量學上課教材第九章地籍測量之三、光達

【擬答】：

(一) 以地形測量為例，說明光達點雲在土木工程的應用

1. 地形測量

測定地表面上，地物相關位置（點位坐標），以及地面高低起伏狀態，按規定之比例尺及圖例，縮繪製作成圖的作業，或製作數值地形模形 *DTM* 的作業，稱為地形測量。

地形測量為依適當的測量方法，測量地形上地貌之位置（點位坐標）、距離及高程等，以及標註地物之位置、形狀、大小，以便繪製成地形圖供各項工程參考之用。

2. 光達 (3D 雷射掃描儀) 使用於地形測量的可行性分析

(1) 由儀器設備層面

① 光達之基本組成元件：雷射掃描系統、GPS 及慣性導航系統 (INS)。

② 光達操作方法：透過雷射掃描儀向地面發出雷射光，對地物進行掃描與記錄三維坐標，並記錄飛行載具航線。

③ 光達能快速獲取密集的点雲資料，記錄大量的空間點位三維資訊。

因此，光達可適用於地形測量。

(2) 由定位方法層面

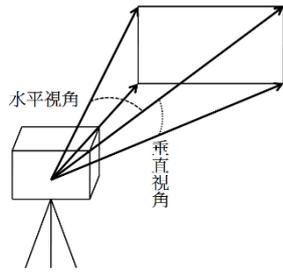
① 其定位方法為光線法：以光達為中心的坐標系來定義儀器坐標系。根據雷射掃描儀對於被測物體所取得之量度資訊，來計算出被測物體的三維坐標。再經由坐標轉換的方式，將儀器坐標系的坐標，轉換至法定座標 (TWD97 與 TWVD2001)。

因此，光達可適用於地形測量。

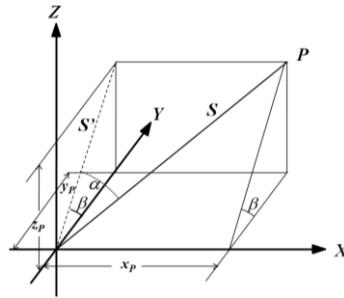
② 光達定義的儀器坐標系，是以雷射發射中心為坐標原點，根據右手定則定義：雷射掃描儀右方為 X 軸，掃描方向 (景深) 為 Y 軸，雷射掃描儀上方為 Z 軸。

(3) 光達掃描原理：為一個測角和測距的量測系統，由距離和角度觀測值，計算推求每點的

儀器坐標系的坐標。茲以橫掃式的掃瞄方式為例，說明如下：



橫掃式



點位的分析計算

- ① 掃描方式是先固定垂直反射稜鏡，使光達由左至右進行水平方向上的掃描。然後改變垂直反射稜鏡角度，亦由左至右進行水平掃描。
- ② 橫掃式光達觀測值包括：水平掃描角 α ，垂直掃描角 β ，光達到掃描點 P 的斜距 S ，由其幾何關係，定義點位 P 在掃描坐標系的坐標如下：

$$\begin{aligned}
 S' &= S \times \cos \alpha & x_p &= S \times \sin \alpha \\
 y_p &= S' \times \cos \beta = S \times \cos \alpha \times \cos \beta \\
 z_p &= S' \times \sin \beta = S \times \cos \alpha \times \sin \beta
 \end{aligned}$$

(二) 光達點雲在土木工程應用之優勢

1. 光達能快速獲取密集且高精度的點雲資料，記錄大量的空間點位三維資訊。
2. 主被動性：光達是主動式量測
3. 天候限制：光達觀測，不需要可見光源，能夠 24 小時全天候作業。
4. 載具：光達可區分為空載光達與地面光達。空載光達的載具是飛機（空載光達）或衛星（星載光達），地面光達的載具是車輛（車載光達）。均具備高機動性。

選擇志聖.志光.學儒.超級函授 選擇上榜

土木金榜創佳績

22大雙榜 14大狀元 13大榜眼 7大探花



楊○禮

高普考土木工程
專技高考土木技師



王○男

地特三等雲嘉區
地特四等雲嘉區



王○銘

專技高考土木工程
高考土木工程



吳○偉

高考土木工程
普考土木工程



田○妮

原特四等土木工程



許○捷

調查局三等
營繕工程組



林○宏

台電僱員東區
土木工程類



邱○慶

水利署灌溉
工程人員台東



黃○華

地特四等新北市



何○宇

水利署灌溉
工程人員宜蘭



洪○祥

水利署灌溉
工程人員嘉南



陳○昱

地特四等花東區



林○隆

檢察事務官
(營繕工程組)



林○豪

水利署灌溉
工程人員彰化

優秀考取



許○華

連續考取

112土木技師+高考土木工程

土木高考是CP值最高的公職考科, 我利用晚上看課程(兼職Uber), 感謝家人的支持。

王○鈞

一年考取

高普考土木工程雙榜

補習班系統性的整理各科重點加上老師的講解, 讓更容易把考科吸收進大腦中。