

113 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：四等考試
 類 科：經建行政
 科 目：統計學概要

吳迪老師解題

- 一、某週刊調查臺灣地區 300 家餐廳，針對每家餐廳記錄其餐點價格分數（Y：1 表示低價位、2 表示中價位、3 表示高價位），以及餐廳品質評等分數（X：1 表示低品質、2 表示中品質、3 表示高品質），獲得以下的交叉表：（每小題 10 分，共 30 分）

品質評等 (X)	餐點價格 (Y)			合計
	1	2	3	
1	42	39	3	84
2	33	63	54	150
3	3	15	48	66
合計	78	117	105	300

- (一) 試計算餐廳品質評等分數之平均值及變異數，意即 $E(X)$ 及 $Var(X)$ 。
 (二) 試計算餐廳餐點價格分數之平均值及變異數，意即 $E(Y)$ 及 $Var(Y)$ 。
 (三) 若 $Var(X+Y)=1.6691$ ，試計算餐廳品質評等分數 (X) 與餐點價格分數 (Y) 之相關係數，意即 $Cor(X, Y)$ ，並解釋之。

【擬答】

X, Y 聯合機率分配如下：

X \ Y	1	2	3	合計
1	0.14	0.13	0.01	0.28
2	0.11	0.21	0.18	0.5
3	0.01	0.05	0.16	0.22
合計	0.26	0.39	0.35	1

$$(一)(1) E(X) = \sum Xf(x) = 1 \times 0.28 + 2 \times 0.5 + 3 \times 0.22 = 1.94$$

$$(2) E(X^2) = \sum X^2 f(x) = 1^2 \times 0.28 + 2^2 \times 0.5 + 3^2 \times 0.22 = 4.26$$

$$\Rightarrow Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 4.26 - 1.94^2 = 0.4964$$

$$(二) E(Y) = \sum yf(y) = 1 \times 0.26 + 2 \times 0.39 + 3 \times 0.35 = 2.09$$

$$E(Y^2) = \sum y^2 f(y) = 1^2 \times 0.26 + 2^2 \times 0.39 + 3^2 \times 0.35 = 4.97$$

$$\Rightarrow Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = 4.97 - 2.09^2 = 0.6019$$

$$(三) Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2\sigma_X\sigma_Y Cor(X, Y)$$

$$\Rightarrow 1.6691 = 0.4964 + 0.6019 + 2\sqrt{0.4964} \times \sqrt{0.6019} \times Cor(X, Y)$$

$$\Rightarrow Cor(X, Y) = 0.7616$$

- 二、設有一批產品，每 1,000 件中平均有一件為不良品。取 8,000 件的隨機樣本，試運用「卜瓦松 (Poisson) 機率分配近似二項機率分配」的觀念計算其中不良品少於 10 件的機率為何？
 (10 分)

【擬答】

$$X \sim b(n = 8000, P = 0.001)$$

公職王歷屆試題 (113 地方特考)

$$E(X) = np = \lambda t = 8000 \times 0.001 = 8$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!} = \frac{e^{-8} 8^x}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

$$P(x < 10) = \sum_{x=0}^9 \frac{e^{-8} 8^x}{x!} = 0.4702$$

三、假設臺灣有 15% 的成年人有抽菸的習慣。今隨機抽出 200 位成年的臺灣人，試問其中至少有 35 位成年人有抽菸習慣的機率為何？(10 分)

【擬答】

$$X \sim b(n = 200, P = 0.15)$$

$$\text{因為 } np = 200 \times 0.15 = 30 \geq 5$$

可以利用常態分配求機率近似值

$$\text{其中 } \mu = E(X) = np = 200 \times 0.15 = 30$$

$$\sigma^2 = \text{Var}(X) = npq = 200 \times 0.15 \times 0.85 = 25.5$$

$$\Rightarrow P(x \geq 35) = P(z \geq \frac{35 - 30 - 0.5}{\sqrt{25.5}}) = P(z \geq 0.89) = 0.1867$$

四、根據某樣本求得母體平均數 μ 的 99% 信賴區間落在 244.051 與 255.949 之間。假設母體標準差為 $\sigma=12$ ，試問樣本平均數 $\bar{x}$ 及樣本個數 n 分別是多少？(10 分)

【擬答】

$$(\rightarrow) \bar{X} = \frac{244.051 + 255.949}{2} = 250$$

$$(\rightarrow) e = Z_{0.005} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 5.949 = 2.575 \times \frac{12}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 27$$

五、某大學調查近年來經濟學系和統計學系的大學部畢業生之平均起薪(月薪)議題，獲得以下數據訊息：

	經濟學系	統計學系
樣本數	$n_1=10$	$n_2=12$
樣本平均數(元)	$\bar{x}_1=30,000$	$\bar{x}_2=30,500$
樣本標準差(元)	$s_1=230$	$s_2=250$

(一)試計算此兩學系畢業生之起薪差異的 95% 信賴區間，並解釋之。(10 分)

(二)在 $\alpha=0.05$ 顯著水準之下，試檢定此兩學系畢業生之起薪的變異數是否存在顯著差異。(15 分)

(三)在 $\alpha=0.05$ 顯著水準之下，試檢定此兩學系畢業生之平均起薪是否存在顯著差異。(15 分)

(以上(二)、(三)皆需正確寫出虛無假設、對立假設、檢定統計量、拒絕域、P-值、檢定結果與結論。)

【擬答】

(一)設母體為常態 σ_1^2, σ_2^2 未知，利用 t 分配

$$\text{令 } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = s_p^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(10-1) \times 230^2 + (12-1) \times 250^2}{10+12-2} = 58180$$

$$\text{樞紐量 } t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} \sim t_{(n_1+n_2-2)}$$

$$\Rightarrow P(-t_{0.025}(20) \leq \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} \leq t_{0.025}(20)) = 0.95$$

$\therefore \mu_1 - \mu_2$ 信賴度 95% 之信賴區間

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - t_{0.025}(20) \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}, \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + t_{0.025}(20) \sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}})$$

$$\Rightarrow (30000 - 30500 \pm 2.086 \sqrt{\frac{58180}{10} + \frac{58180}{12}})$$

$$\Rightarrow (-715.44, -284.56)$$

$$(\Rightarrow) \begin{cases} H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \end{cases}$$

因為 μ_1, μ_2 未知，利用 F 檢定

$\alpha = 0.05$,

$$C = \{F \mid F > F_{0.025}(9, 11) \text{ 或 } F < F_{0.975}(9, 11)\} = \{F \mid F > 3.588 \text{ 或 } F < 0.2556\}$$

$$F = \frac{s_1^2 \sigma_2^2}{s_2^2 \sigma_1^2} = \frac{230^2}{250^2} = 0.8464 \notin C$$

$$\Rightarrow \text{not Re}H_0$$

$$\text{且 p-value} = 2P(F_{(9,11)} < 0.8464)$$

結論：沒有證據顯示兩學系畢業生起薪的變異數存在顯著差異

$$(\Rightarrow) \begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$$

設母體為常態，且 σ_1^2, σ_2^2 未知，利用 t 檢定由 (二) 得

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = s_p^2 = 58180$$

$\alpha = 0.05$

$$C = \{t \mid t > t_{0.025}(20) \text{ 或 } t < -t_{0.025}(20)\} = \{t \mid t > 2.086 \text{ 或 } t < -2.086\}$$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{s_p^2}{n_1} + \frac{s_p^2}{n_2}}} = \frac{(30000 - 30500) - 0}{\sqrt{\frac{58180}{10} + \frac{58180}{12}}} = -4.841 \in C \Rightarrow \text{Re}H_0$$

$$\text{且 p-value} = 2P(t_{(20)} < -4.841)$$

結論：有證據顯示兩學系畢業生之平均起薪存在顯著差異

感謝
志光 學儒 保成

讓我們 高分考取

經建行政	經建行政	商業行政	統計
高考前三佔二	普考前三佔二	普考前三佔二	普考前三佔二
狀元陳○霖/榜眼林○穎	狀元林○穎/榜眼陳○霖	榜眼邱○恩/探花彭○儀	狀元林○凱/探花林○甫
👑 四個月考取 雙料金榜 梁○傑 113高普考經建行政	👑 五個月應屆考取 雙料金榜 周○森 113高普考經建行政	👑 五個月考取 雙料金榜 朱○萱 113高普考經建行政	👑 六個月考取 林○慶 113普考會計
👑 六個月考取 吳○峰 113高考會計	👑 九個月應屆考取 王○期 113普考財稅行政	👑 十個月應屆考取 許○惠 113普考會計	👑 應屆考取 高○真 113普考財稅行政
👑 一年考取 雙料金榜 陳○霖 113高普考經建行政	👑 一年應屆考取 雙料金榜 游○欣 113高普考經建行政	👑 一年考取 雙料金榜 彭○禎 113高普考會計	👑 一年應屆考取 連過三榜 許○谷 113高普考/113初等考狀元財稅行政
👑 一年考取 鄭○仁 113普考財稅行政	👑 一年考取 謝○榮 113高考統計	👑 一年考取 王○鑫 113高考統計	🏆 KEEP FOR YOU

志光×學儒×保成

上榜生唯一指定 效率考取關鍵

全國狀元 雙料金榜

 113高考統計狀元 林○凱
113普考統計狀元

統計學老師上課嚴謹並有條理的介紹統計觀念和公式，將抽象內容用較生活化或白話的解釋讓我們理解其中含義，以及大量題目的練習，將內容量很龐大且是我們本組最重要的統計學，變成我們能在考場上感到得心應手的專業科目。我本身不太會寫作文，經由老師批改後，老師會建議我可以舉哪些例子來增加文章的說服力和深度廣度。

全國狀元 雙料金榜

 113高考經建行政狀元 陳○霖
113普考經建行政榜眼

財政學老師的課程生動有趣，總能將艱深的理論與實際生活中的例子結合起來，讓我在學習中感受到樂趣。統計學老師教學風格極啟發性，能夠引導我們從不同的角度思考問題，在他的指導下，我的解題能力有顯著提升，這對於申論題的準備尤其重要。當我在解題中遇到瓶頸時，老師的上課內容總能給我提供寶貴的建議，讓我找到突破的方向。

附表一：

卜瓦松機率表 $X \sim \text{Poisson}(\mu)$

x	μ									
	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6	7.7	7.8	7.9	8.0
0	.0008	.0007	.0007	.0006	.0006	.0005	.0005	.0004	.0004	.0003
1	.0059	.0054	.0049	.0045	.0041	.0038	.0035	.0032	.0029	.0027
2	.0208	.0194	.0180	.0167	.0156	.0145	.0134	.0125	.0116	.0107
3	.0492	.0464	.0438	.0413	.0389	.0366	.0345	.0324	.0305	.0286
4	.0874	.0836	.0799	.0764	.0729	.0696	.0663	.0632	.0602	.0573
5	.1241	.1204	.1167	.1130	.1094	.1057	.1021	.0986	.0951	.0916
6	.1468	.1445	.1420	.1394	.1367	.1339	.1311	.1282	.1252	.1221
7	.1489	.1486	.1481	.1474	.1465	.1454	.1442	.1428	.1413	.1396
8	.1321	.1337	.1351	.1363	.1373	.1382	.1388	.1392	.1395	.1396
9	.1042	.1070	.1096	.1121	.1144	.1167	.1187	.1207	.1224	.1241
10	.0740	.0770	.0800	.0829	.0858	.0887	.0914	.0941	.0967	.0993

附表二：

標準常態機率分布表 (左尾機率)，例如： $P(Z \leq 1.96) = 0.975$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990

附表三：

t 機率分布表 (右尾機率)，例如： $P(t_{25} > 0.856) = 0.20$

Degrees of Freedom	Area in Upper Tail					
	.20	.10	.05	.025	.01	.005
15	.866	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	.865	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	.863	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	.862	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	.861	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	.860	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	.859	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	.858	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	.858	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	.857	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797

附表四：

F 分布臨界值與對應之機率值， $P(F(v_1, v_2) > F_{\alpha}(v_1, v_2)) = \alpha$

$F_{0.1}(9, 11) = 2.274$, $F_{0.05}(9, 11) = 2.896$, $F_{0.025}(9, 11) = 3.588$, $F_{0.01}(9, 11) = 4.632$, $F_{0.005}(9, 11) = 5.537$
 $F_{0.1}(10, 12) = 2.188$, $F_{0.05}(10, 12) = 2.753$, $F_{0.025}(10, 12) = 3.374$, $F_{0.01}(10, 12) = 4.296$, $F_{0.005}(10, 12) = 5.085$
 $F_{0.1}(11, 9) = 2.396$, $F_{0.05}(11, 9) = 3.103$, $F_{0.025}(11, 9) = 3.912$, $F_{0.01}(11, 9) = 5.178$, $F_{0.005}(11, 9) = 6.314$
 $F_{0.1}(12, 10) = 2.284$, $F_{0.05}(12, 10) = 2.913$, $F_{0.025}(12, 10) = 3.621$, $F_{0.01}(12, 10) = 4.706$, $F_{0.005}(12, 10) = 5.661$

志光×學儒×保成 · · 效率考取關鍵

上榜生唯一指定

一年應屆考取 連過三榜



113 高考財稅行政
113 普考財稅行政 許○谷
113 初等考財稅行政

大部分考生的單門在會計學，老師是我自認授課最清楚的講師，除書寫板書乾淨俐落，還會因應同學們的理解度搭配不同例題，整題而言相當適合新手入門，每當一個章節結束，老師總會從各大考試節錄數題經典題目，讓我們在課堂之餘進行實戰演練，這些經典題目彷彿是一場小型的「預演」，做對了可以增強自身的信心。

雙料金榜 優異考取



113 高考統計 李○昀
113 普考統計

統計學老師的講解盡可能簡單易懂，題目也幾乎都帶過一遍，並額外補充一些可能會考的題型或證明題，哪些是必須要掌握、哪些是決勝題，心有餘力的話再做加強。三等的統計學會有部分的證明題，所以證明題是不能輕易放棄的，統計範圍雖然不小，但是後面不少觀念都是有關聯的，作為主要的專業科目，需要盡可能把分數提高。