

黃易老師解題

科 目：機械力學概要

2. 《解題關鍵》靜力學第七章空間力系。 $\sum F_y = 0 \uparrow$ ， $\sum M_x = 0 \curvearrowright$ ， $\sum M_y = 0 \curvearrowright$ ，解三者之聯立方程式即可以得到三根纜繩的張力。

$$\text{令 } g = 9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right), A = T_A \vec{k}, B = T_B \vec{k}, C = T_C \vec{k}, W = -20 \times 9.81 = -196.2(N) \vec{k}$$

$$\sum F_y = 0 \quad +\uparrow \Rightarrow T_A + T_B + T_C - W = T_A + T_B + T_C - 196 = 0 \dots\dots (1)$$

$$\sum M_x = 0 \Rightarrow T_A \times 0.5 + T_B \times 0.5 - 196.2 \times 0.25 = 0 \dots\dots (2)$$

$$\sum M_y = 0 \Rightarrow T_A \times 0.5 + T_C \times 0.4 - 196.2 \times 0.25 = 0 \dots\dots (3)$$

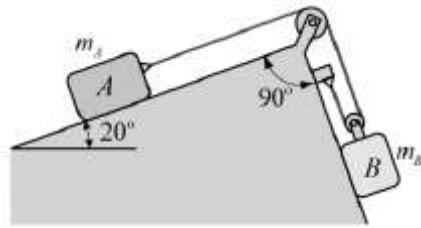
$$(1) - 2 \times (2) \Rightarrow T_C = 98.1(N) \text{ 代入(3)得 } T_A = 19.62(N) \text{ 代入(1)}$$

$$T_B = 78.48(N)$$

ANS : $T_A = 19.62(N, \uparrow)$, $T_B = 78.48(N, \uparrow)$, $T_C = 98.10(N, \uparrow)$

公職王歷屆試題 (113 地方特考)

二、質量分別為 $m_A=100\text{kg}$ 及 $m_B=200\text{kg}$ 之滑塊 A 與 B 初始靜止於下圖所示的斜坡，以纜繩連接兩者懸掛於一個滑輪系統，忽略不計所有接觸面及滑輪的摩擦力，重力加速度 $g=9.81\text{m/s}^2$ ，試計算滑塊 A 沿斜坡滑行 2m 時的瞬間速度 $v_A=?$ (25 分)

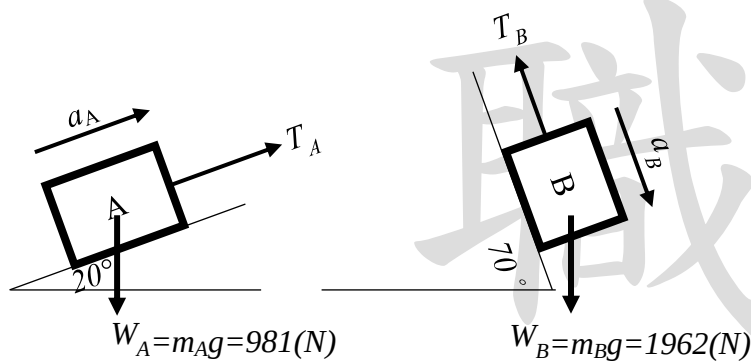


1. 《考題難易》★★☆☆☆

2. 《解題關鍵》動力學第二章質點動力學。分別取滑塊 A、B 的自由體圖，寫出滑塊 A、B 的牛頓第二定理的力量與加速度($\Sigma F = ma$)關係式，可以得到滑塊 A、B 的加速度與繩子張力，已知滑塊 A 由靜止開始，可以利用等加速度的運動公式求取沿斜坡滑行 2m 時的瞬時速度。

【擬答】

(一)分別取滑塊 A、B 的自由體圖



$$\text{令 } a_A = a, T_A = T, a_B = \frac{a}{2}, T_B = 2T$$

(二)分別寫出滑塊 A、B 的牛頓第二定理的力量與加速度($\Sigma F = ma$)關係式：

$$\text{滑塊 A: } T_A - m_A g \sin \theta_A = m_A a_A \Rightarrow T - 981 \times \sin 20^\circ = 100a \dots (1)$$

$$\text{滑塊 B: } m_B g \sin \theta_B - T_B = m_B a_B \Rightarrow 1962 \times \sin 70^\circ - 2T = 200 \times \frac{a}{2} \dots (2)$$

$$(1) \times 2 - (2) \Rightarrow a = a_A = 11.73 \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right) \text{ 代入(1)得 } T = T_A = 1508.2(\text{N})$$

$$a_B = \frac{a}{2} = 5.87 \left(\frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right), T_B = 2T = 3016.4(\text{N})$$

(三)已知滑塊 A 由靜止開始，沿斜坡滑行 2m 時的瞬時速度：

$$V_{A2}^2 = V_{A1}^2 + 2a_A S_A \Rightarrow V_{A2} = \sqrt{0 + 2 \times 11.73 \times 2} = 6.85(\text{m/sec})$$

ANS：滑塊 A 由靜止開始，沿斜坡滑行 2m 時的瞬時速度 $V_{A2} = 6.85(\text{m/sec})$

三、圖 (a) 所示為內含一個中空圓孔的斜線面積，試求：

(一)斜線面積之形心的 x 座標。(5 分)

(二)斜線面積對 x 軸的面積慣性矩。(10 分)

(三)斜線面積對 y 軸的面積慣性矩。(10 分)

提示：如圖 (b) 所示，半徑為 r 之半圓形面積對於直徑 AA' 軸的面積慣性矩為 $I_{AA'} = \pi r^4/8$ 。

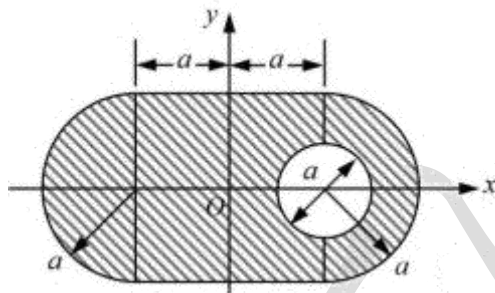


圖 (a)

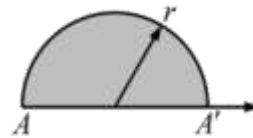


圖 (b)

1. 《考題難易》★★☆☆☆

2. 《解題關鍵》靜力學第五章形心與慣性矩。將面積分成兩個半圓(1、3)、一個矩形(2)及一個全圓(4)。組合面積到 y 軸的距離為 $\bar{x}$ ： $\bar{x} = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 - A_4x_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$ 。斜線面積對 x 軸的面積慣性矩(I_x)，則 x 軸與形心軸重疊。斜線面積對 y 軸的面積慣性矩(I_y)需使用平行軸定理。

【擬答】

(一)斜線面積之形心的 x 座標：

因為斜線面積對 x 軸對稱，所以形心必在 x 軸上，則組合面積到 y 軸的距離為 $\bar{x}$ ：

$$\bar{x} = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 - A_4x_4}{A_1 + A_2 + A_3 - A_4}$$

$$\bar{x} = \frac{\left(\frac{\pi}{2} \times a^2\right)\left(-\frac{4a}{3\pi}\right) + (2a)^2(0) + \left(\frac{\pi}{2} \times a^2\right)\left(+\frac{4a}{3\pi}\right) - \left(\frac{\pi \times a^2}{4}\right)(a)}{\left(\frac{\pi}{2} \times a^2\right) + (2a)^2 + \left(\frac{\pi}{2} \times a^2\right) - \left(\frac{\pi \times a^2}{4}\right)} = \frac{-\frac{\pi}{4}a^3}{4a^2 - \frac{3}{4}\pi a^2}$$

$$\bar{x} = -0.478a$$

(二)斜線面積對 x 軸的面積慣性矩(I_x)，兩半圓對稱， $I_{x1} = I_{x3}$ ，

$$\therefore I_{x1} + I_{x3} = 2I_{x1} = \text{全圓的慣性矩} = \frac{\pi a^4}{4}：$$

$$I_{x2} = \text{矩形的慣性矩} = \frac{a^4}{12}$$

$$I_{x4} = \text{全圓的慣性矩} = \frac{\pi a^4}{64}$$

$$I_x = 2I_{x1} + I_{x2} - I_{x4} = \frac{\pi a^4}{4} + \frac{a^4}{12} - \frac{\pi a^4}{64} = 0.82a^4$$

(三)斜線面積對 y 軸的面積慣性矩(I_y)，兩半圓對稱， $I_{y1} = I_{y3}$ ，

$$\therefore I_{y1} + I_{y3} = 2I_{y1} = 2 \times \left[\frac{\pi a^4}{8} + \left(\frac{\pi a^2}{2} \right) \left(a + \frac{3\pi}{4a} \right)^2 \right] = \frac{5\pi a^4}{4} + \frac{\pi^2 a^2}{2} + \frac{9\pi^3}{16}：$$

$$I_{y2} = \text{矩形的慣性矩} = \frac{a^4}{12}$$

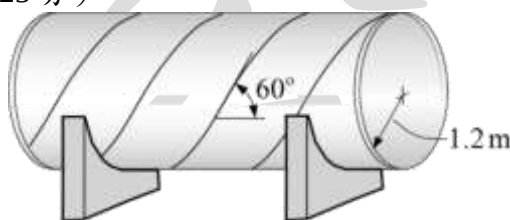
$$I_{t4} = \text{全圓的慣性矩} = \frac{\pi a^4}{64} + \left(\frac{\pi a^2}{4}\right)(a)^2 = \frac{\pi a^4}{64} + \frac{\pi a^4}{4} = \frac{17\pi a^4}{64}$$

$$I_y = 2I_{y1} + I_{y2} - I_{y4} = \left(\frac{5\pi a^4}{4} + \frac{\pi^2 a^2}{2} + \frac{9\pi^3}{16}\right) + \frac{a^4}{12} - \frac{17\pi a^4}{64} = \frac{63\pi a^4}{64} + \frac{\pi^2 a^2}{2} + \frac{9\pi^3}{16} + \frac{a^4}{12}$$

ANS :

(一)斜線面積之形心的 x 座標： $\bar{x} = -0.478a$ ；(二)斜線面積對 x 軸的面積慣性矩(I_x) = $0.82a^4$ ；(三)斜線面積對 y 軸的面積慣性矩(I_y) = $\frac{63\pi a^4}{64} + \frac{\pi^2 a^2}{2} + \frac{9\pi^3}{16} + \frac{a^4}{12}$ 。

四、下圖所示為一座壁厚 10mm、平均半徑為 1.2m 的水平臥式薄壁圓桶壓力容器，由 60° 斜角不銹鋼板銲接而成。若壓力容器的內壓為 1.5MPa，試計算垂直於銲縫的平面正向應力及平行於銲縫的平面剪應力值。(25 分)

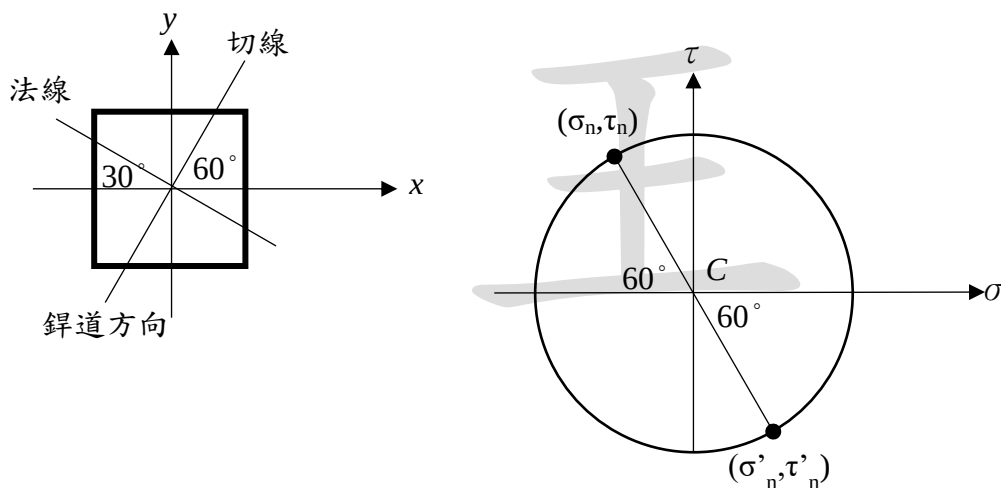


1. 《考題難易》★★☆☆☆

2. 《解題關鍵》材料力學第一章內容中薄壁容器。先計算周向應力($\sigma_h = \sigma_y$)與縱向應力($\sigma_l = \sigma_x$)， $\theta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ ，再利用莫耳圓解題方法求出正交應力與剪應力。

【擬答】

已知：壁厚 $t = 10\text{mm}$ 、平均半徑為 $R = 1.2\text{m}$ 的水平臥式薄壁圓桶壓力容器，由 $\alpha = 60^\circ$ 斜角不銹鋼板銲接而成，壓力容器的內壓為 $P = 1.5\text{MPa}$ 。

(一)計算周向應力($\sigma_h = \sigma_y$)與縱向應力($\sigma_l = \sigma_x$)：

$$\text{周向應力 } \sigma_h = \sigma_y = \frac{PD}{2t} = \frac{PR}{t} = \frac{(1.5\text{MPa})(1200\text{mm})}{10\text{mm}} = 180(\text{MPa})$$

$$\text{縱向應力 } \sigma_l = \sigma_x = \frac{PD}{4t} = \frac{PR}{2t} = \frac{(1.5\text{MPa})(1200\text{mm})}{2 \times 10\text{mm}} = 90(\text{MPa})$$

(二)利用莫耳圖解題：

1. 莫耳圖圓心(C)：

$$C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{90 + 180}{2} = 135(MPa)$$

2. 莫耳圖半徑(R)：

$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{90 - 180}{2}\right)^2 + 0} = 45(MPa)$$

$$3. \theta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

4. 垂直於鉗縫的平面正向應力

$$\sigma_n = C - R \cos(2\theta) = 135 - 45 \cos 60^\circ = 112.5(MPa)$$

5. 平行於鉗縫的平面剪應力值

$$\tau_n = R \sin(2\theta) = 45 \sin(60^\circ) = 38.97(MPa)$$

ANS：垂直於鉗縫的平面正向應力 $\sigma_n = 112.5(MPa)$

平行於鉗縫的平面剪應力值 $\tau_n = 38.97(MPa)$



志光 學儒 保成

站上工科巔峰

電力工程 電子工程
機械工程 電信工程

112高普考&111地方特考 TOP10 強勢上榜

狀元	榜眼	探花
高考 電力工程 許○軒 高考 電子工程 郭○瑞	普考 電力工程 許○軒 地特三等(台北市) 電子工程 郭○瑞 地特四等(台北市) 電力工程 張○境	普考 電力工程 呂○勳 地特四等(台北市) 電子工程 楊○榮 地特四等(高雄市) 電子工程 何○宇

【全國第四】 普考 電力工程 林○彬

【全國第五】 普考 電力工程 莊○鈞

【台北市第五】 地特三等 電子工程 薛○文

【全國第六】 普考 電信工程 朱○營

【全國第七】 普考 電子工程 王○廷

【全國第八】 高考 電力工程 林○彬

【全國第八】 高考 電子工程 黃○添

【全國第八】 普考 電子工程 黃○軒

【全國第十】 高考 機械工程 徐○甫

優秀考取 菁英薈萃

高考 電力工程 孫○勝 高考 電力工程 呂○勳 高考 電力工程 郭○謙 高考 電力工程 林○佑 高考 電力工程 許○騰 高考 電力工程 莊○鈞 高考 電力工程 王○宏	普考 電力工程 陳○文 普考 電力工程 汪○傑 普考 電力工程 蔡○穎 普考 電力工程 羅○璋 普考 電力工程 郭○宗 普考 電力工程 孫○勝 普考 電力工程 蔡○祐	普考 電力工程 蔡○穎 普考 電力工程 王○宏 普考 電力工程 賴○允 普考 電力工程 蔡○穎 普考 電力工程 郭○宗 普考 電力工程 蔡○典 普考 電力工程 周○明	高考 電子工程 林○璽 普考 電子工程 鄭○崇 普考 電子工程 蔡○恩 普考 電子工程 林○仁 普考 電子工程 郭○謙 普考 電子工程 郭○憲 普考 電子工程 林○璽	普考 機械工程 翁○駿 普考 機械工程 翁○駿 普考 機械工程 翁○駿 普考 機械工程 翁○駿 普考 機械工程 翁○駿 普考 機械工程 翁○駿 普考 機械工程 翁○駿
---	---	---	---	---

原圖有誤 歡迎一一刊登