

113 年特種考試地方政府公務人員考試試題

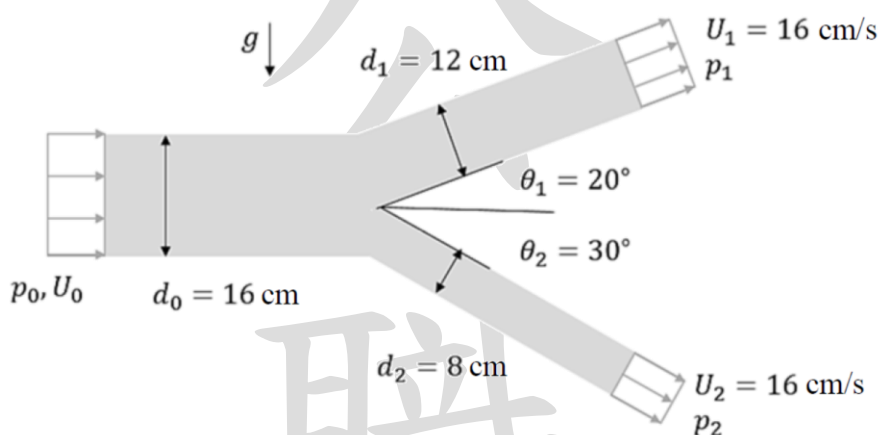
等 別：三等考試

類 科：機械工程

科 目：流體力學與工程力學

李函老師

一、密度為 ρ 、比重為 $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$ 之流體以平均速度 U_0 流入一截面為圓形的 Y 型短管，其幾何配置與尺寸標註於下方的側視圖（圖一），經過分叉口後以相同的平均流速 U_1 與 U_2 離開上下兩分叉管；入口與兩出口截面上的壓力各為 P_0 、 P_1 與 P_2 。若過程中無外界作功、也無熱交換，在假設摩擦損失與重力位能可忽略的狀況下，可利用伯努力 (Bernoulli) 定理推論出 $P_1 = P_2$ 。



(圖一)

(一)試求 U_0 。(3 分)

(二)若進一步化簡設 $P_1 = P_2 \approx 0$ ，計算需花多少力維持 Y 型管的水平與垂直位置？（計算時請四捨五入到小數第三位）(17 分)

1.《考題難易》：★★★

2.《解題關鍵》：質量守恆方程式、柏努利方程式與線性動量方程式之應用

【擬答】：

$$(\neg) Q_0 = Q_1 + Q_2 \Rightarrow A_0 U_0 = A_1 U_1 + A_2 U_2 \Rightarrow \frac{\pi d_0^2}{4} U_0 = \frac{\pi d_1^2}{4} U_1 + \frac{\pi d_2^2}{4} U_2$$

$$\therefore U_0 = 0.13 \text{ m/s} = 13 \text{ cm/s}$$

$$(\neg) \frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2g} + z_0 = \frac{P_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} + z_1, \text{ 其中 } P_1 = 0, z_0 = z_1$$

$$\therefore \frac{P_0}{\gamma} + \frac{U_0^2}{2g} = \frac{U_1^2}{2g} \Rightarrow P_0 = 0.00435 \text{ kPa} = 4.35 \text{ Pa}$$

由水平(x)方向之線性動量方程式可得

$$\sum F_x = \dot{m}(V_{out,x} - V_{in,x}) \Rightarrow P_0 A_0 - F_x = (\dot{m}_1 U_{1,x} + \dot{m}_2 U_{2,x}) - \dot{m}_0 U_{0,x}$$

$$\therefore P_0 A_0 - F_x = (\rho A_1 U_1 U_{1,x} + \rho A_2 U_2 U_{2,x}) - \rho A_0 U_0 U_{0,x}$$

其中(1) $\gamma = \rho g \Rightarrow \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$(2) U_{0,x} = U_0 = 0.13 \text{ m/s}$$

$$(3) U_{1,x} = U_1 \cos \theta_1 = 0.150 \text{ m/s}$$

$$(4) U_{2,x} = U_2 \cos \theta_2 = 0.139 \text{ m/s}$$

故將(1)~(4)代回可得 $F_x = 0.050 \text{ N} (\leftarrow)$

由垂直(y)方向之線性動量方程式可得

$$\sum F_y = \dot{m}(V_{out,y} - V_{in,y}) \Rightarrow F_y = (\dot{m}_1 U_{1,y} + \dot{m}_2 U_{2,y}) - \dot{m}_0 U_{0,y}$$

$$\therefore F_y = (\rho A_1 U_1 U_{1,y} + \rho A_2 U_2 U_{2,y}) - \rho A_0 U_0 U_{0,y}$$

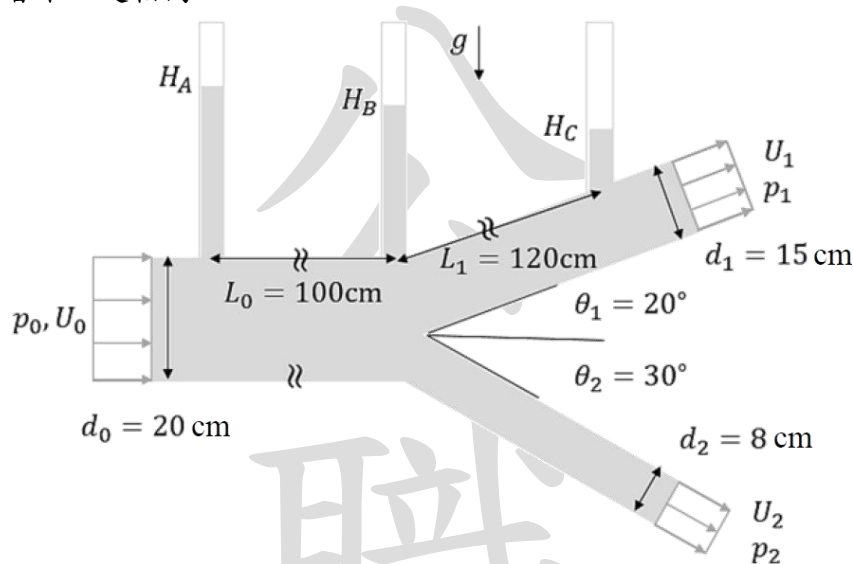
其中(5) $U_{0,y} = 0$

$$(6) U_{1,y} = U_1 \sin \theta_1 = 0.055 \text{ m/s}$$

$$(7) U_{2,y} = -U_2 \sin \theta_2 = -0.08 \text{ m/s}$$

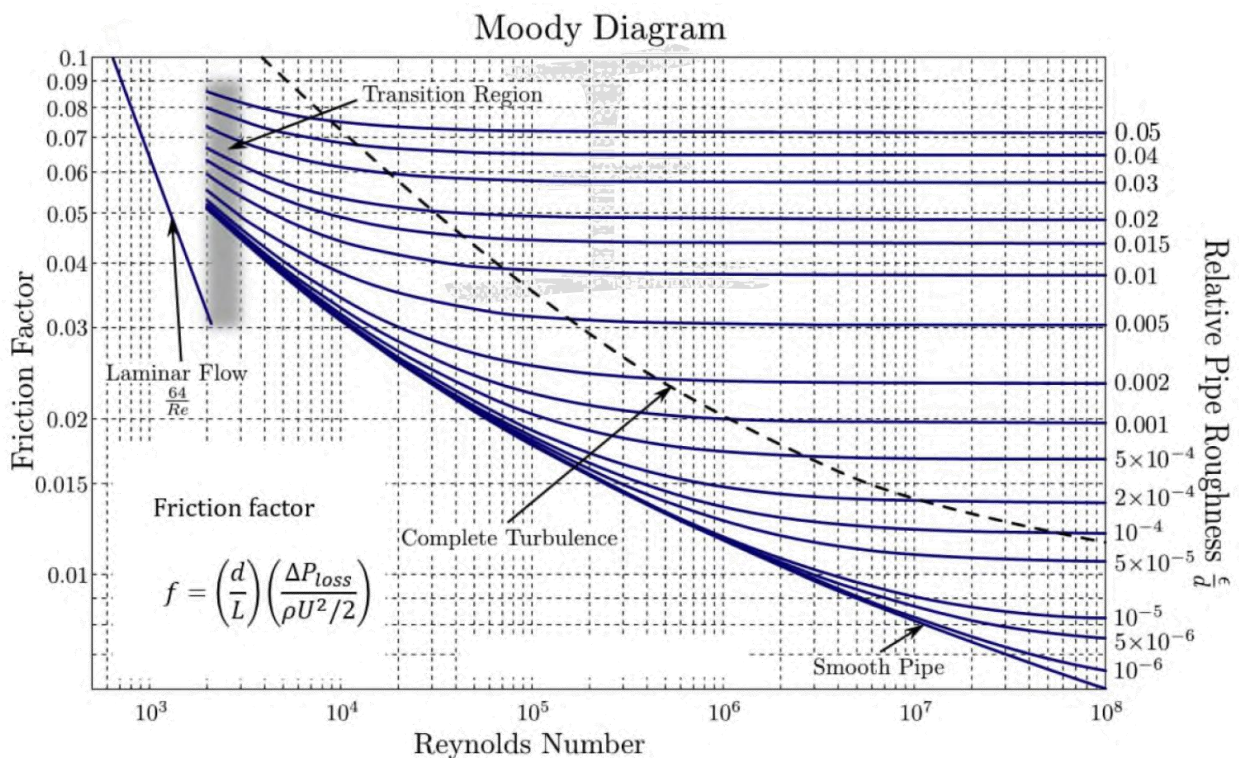
故將(5)~(7)代回可得 $F_y = 0.033 \text{ N}(\uparrow)$

二、今考慮另一個長型 Y 流道內之穩定流動，其幾何配置與尺寸之側視圖如圖二所示，三段圓型管道雖內徑不同，但內壁之平均表面粗糙度均為 $\varepsilon = 10^{-3} \text{ m}$ 。密度為 ρ 、比重為 $\gamma = 9.81 \text{ kN/m}^3$ 、黏滯係數為 $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 之流體以平均速度 $U_0 = 1 \text{ m/s}$ 由左方水平管流入，流體經過 Y 型分叉後由上下兩等長分管排出至大氣壓力，兩出口截面上的壓力各為 P_1 與 P_2 ，而平均流速則各為 U_1 與 U_2 ，兩者不一定相同。



(圖二)

流道上側裝設的三根靜壓管顯示內部液體高度由上游到下游遞減 ($H_A > H_B > H_C$)，代表此穩態管內流存有壓力損失 ΔP_{loss} ，而此物理量在長直管中隨流況的變化，可由下方圖三 Moody Diagram 統一描述。請回答下述各問題。



(圖三)

公職王歷屆試題 (113 地方特考)

(一)試問第一段水平管內為層流或紊流？(3 分)

(二)列出所有造成 CBH H 的原因。(3 分)

(三)從 Moody diagram 可知 Friction factor f 的定義，其中 U 為特徵平均流速。針對水平段兩靜壓管間的流體，以控制體積的分析概念來闡述 f 的物理意義。(9 分)

1.《考題難易》：★★★★

2.《解題關鍵》：不可壓縮黏性內流場之圓管紊流之應用

【擬答】：

(一) $\gamma = \rho g \Rightarrow \rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ，故 $\text{Re} = \frac{\rho U_0 d_0}{\mu} = 2 \times 10^5 > 4000$ ，為紊流。

(二)流體摩擦、壁面粗糙度造成之摩擦以及管徑縮小。

$$(三) f = \left(\frac{d}{L}\right) \left(\frac{\Delta P_{loss}}{\rho U^2/2}\right)$$

其中(1) ΔP_{loss} 為壓力損失， $\Delta P_{loss} \uparrow \Rightarrow f \uparrow$ 。

(2) $\frac{1}{2}\rho U^2$ 為動壓， $U \downarrow \Rightarrow f \uparrow$ 。

(3) $\frac{d}{L}$ 為管徑與管長之比值， $\frac{d}{L} \uparrow \Rightarrow f \uparrow$ 。

志光 學儒 保成

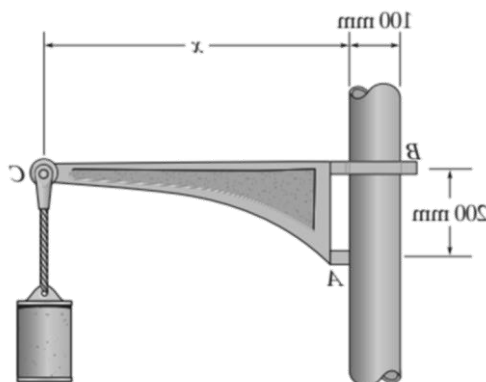
工科上榜養成規劃

12345678910

- 法科架構班**
結合實務例子
建構法科概念
- 扎實正規班**
完整堂數
循序漸進
- 獨家進階課程**
圖解階段複習
解題技巧灌輸
- 工科全科班**
公職+國營
一次到位
- 主題題庫班**
主題教學
考點分析
- 精華總複習**
掌握考點
增強實力
- 全真模擬考**
比照真實考試
檢視應考實力
- 考前關懷講座**
名師最終提點
觀念更加清晰

詳細課程內容，歡迎至志光學儒保成全國門市洽詢

三、如圖四所示，如果 A 處的靜摩擦係數為 $\mu_s = 0.4$ ，B 處的套環是光滑的，因此它只對管子施加水平力，試決定最小距離 x ，使支架能夠支撐任何質量的圓柱體而不打滑。忽略支架的重量。(20 分)



(圖四)

1.《考題難易》：★★

2.《解題關鍵》：靜力學之摩擦應用

【擬答】：

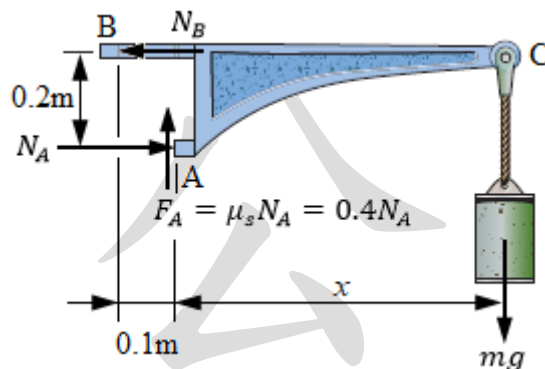
取如下圖所示之自由體圖：

$$+\uparrow, \sum F_y = 0 \Rightarrow F_A - mg = 0, \text{ 其中 } F_A = \mu_s N_A = 0.4N_A$$

$$\therefore 0.4N_A - mg = 0 \Rightarrow N_A = 2.5mg$$

$$+\curvearrowright, \sum M_B = 0 \Rightarrow N_A(0.2) + F_A(0.1) - mg(x + 0.1) = 0$$

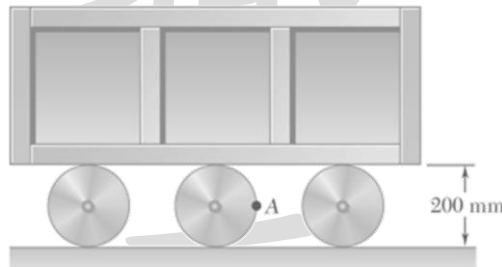
$$\therefore x = 0.5m$$



四、如圖五所示，使用三個相同的圓柱體作為滾輪將一重型板條箱移動一小段距離。已知在所示的瞬間，板條箱的速度為 200 mm/s ，加速度為 400 mm/s^2 ，均指向右側，試求：(每小題 10 分，共 20 分)

(一)中心圓柱體的角加速度。

(二)中心圓柱體上 A 點的角加速度。



(圖五)

1.《考題難易》：★★★★

2.《解題關鍵》：動力學之剛體平面運動學之應用

【擬答】：

$$(\rightarrow) V_B = 200 \text{ mm/s}, V_D = 0, \text{ 故 } \omega = \frac{V_B}{2r} = 1 \text{ rad/s}(\sim)$$

$$\vec{a}_C = [a_C \rightarrow]$$

$$\vec{a}_D = \vec{a}_C + (\vec{a}_{D/C})_t + (\vec{a}_{D/C})_n = [a_C \rightarrow] + [r\alpha \leftarrow] + [r\omega^2 \uparrow]$$

$$\therefore 0 = a_C - r\alpha \cdots (1)$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + (\vec{a}_{B/C})_t + (\vec{a}_{B/C})_n = [a_C \rightarrow] + [r\alpha \rightarrow] + [r\omega^2 \downarrow]$$

$$\therefore 400 = a_C + r\alpha \cdots (2)$$

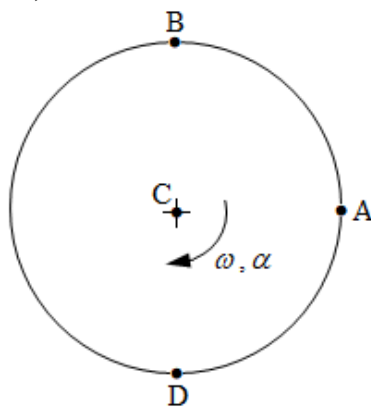
$$\text{由}(1)+(2)\text{可得 } a_C = 200 \text{ mm/s}^2, \text{ 將 } a_C \text{ 入}(1)\text{可得 } \alpha = 2 \text{ rad/s}^2(\sim)$$

(二)此小題有誤，應求中心圓柱體上 A 點的加速度才對。

$$\vec{a}_A = \vec{a}_C + (\vec{a}_{A/C})_t + (\vec{a}_{A/C})_n = [a_C \rightarrow] + [r\alpha \downarrow] + [r\omega^2 \leftarrow]$$

$$\therefore \vec{a}_A = [200 \rightarrow] + [200 \downarrow] + [(100)(1)^2 \leftarrow] = [100 \rightarrow] + [200 \downarrow]$$

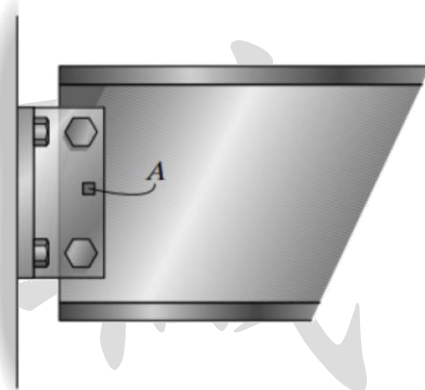
$$\text{故 } a_A = \sqrt{(100^2 + 200^2)} = 223.6 \text{ mm/s}^2(\nabla_\theta), \text{ 其中 } \theta = \tan^{-1} \frac{200}{100} = 63.4^\circ$$



五、如圖六所示，A 點的應變為 $\epsilon_x = -140(10^{-6})$ ， $\epsilon_y = 180(10^{-6})$ ，以及 $\gamma_{xy} = -125(10^{-6})$ 。請利用繪製莫耳圓 (Mohr's circle) 的方法，試求 A 點：

- (一) 在 x - y 平面中的主應變。(10 分)
- (二) 在 x - y 平面中的最大剪切應變。(10 分)
- (三) 絕對最大剪切應變。(5 分)

註：採非指定方法求解者，不予計分。



(圖六)

1.《考題難易》：★★

2.《解題關鍵》：材料力學之平面應變莫耳圓之應用

【擬答】：

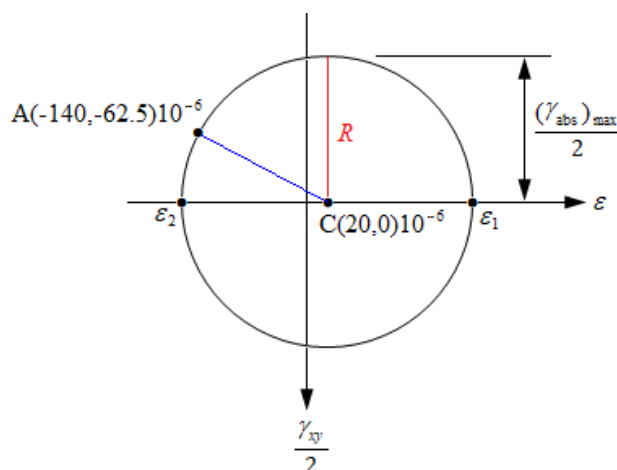
A 點座標 $(-140, -62.5)10^{-6}$ ，圓心 C 座標 $(20, 0)10^{-6}$

莫耳圓半徑 $R = (\sqrt{[20 - (-140)]^2 + (-62.5)^2})10^{-6} = 171.77(10^{-6})$

(一) $\epsilon_1 = 191.77(10^{-6})$ ， $\epsilon_2 = -151.77(10^{-6})$

(二) $(\gamma_{xy})_{\max} = 2R = 343.54(10^{-6})$

(三) $(\gamma_{abs})_{\max} = 2R = 343.54(10^{-6})$



志光×學儒×保成
為你絕佳助攻

5大衝刺課程

帶你直攻
地方特考

測驗常考易錯

埋頭苦練 不如讓老師點通學習之路

常考題型 知識強化

易錯題型 觀念釐清

總複習

考點update! 時事修法update!

關鍵考點

考前複習

最新考情

短期密集

題庫班

各科名師專業訓練 審題神速、答題神準
讀書精熟+答題精準=快速上榜

題庫演練

精準教學

解題技巧

作文實戰班

作文學得好，同時提升寫作能力與論述邏輯

高分
寫作指引

強化
論述深度

架構
分層演練

新式
作文教戰

職
王