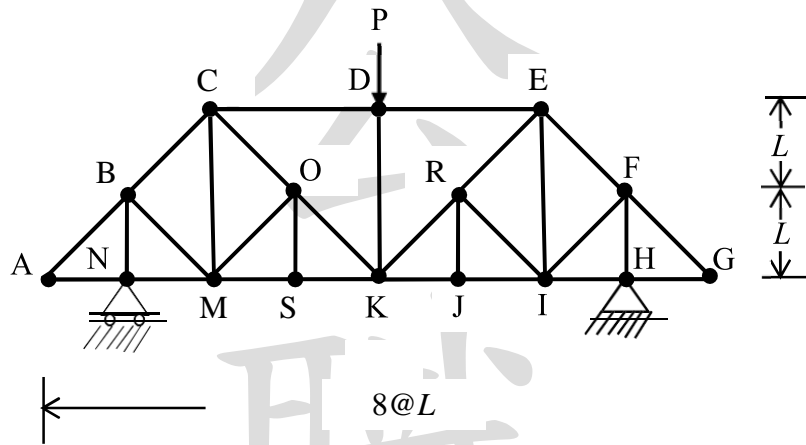


113 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試
 類 科：土木工程
 科 目：結構學

邱鴻昇老師

一、如圖所示之桁架，各桿件有相同 EA 。試用單位力法求解節點 K 向下位移量。未依指示方法求解者不予計分。(25 分)



1. 《考題難易》：★★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：靜定桁架計算量稍大，節點法及剖面法等交互運用可加快解題速度。
3. 《命中特區》：結構學第六章

【擬答】：

(一)步驟 1：計算桿件內力。

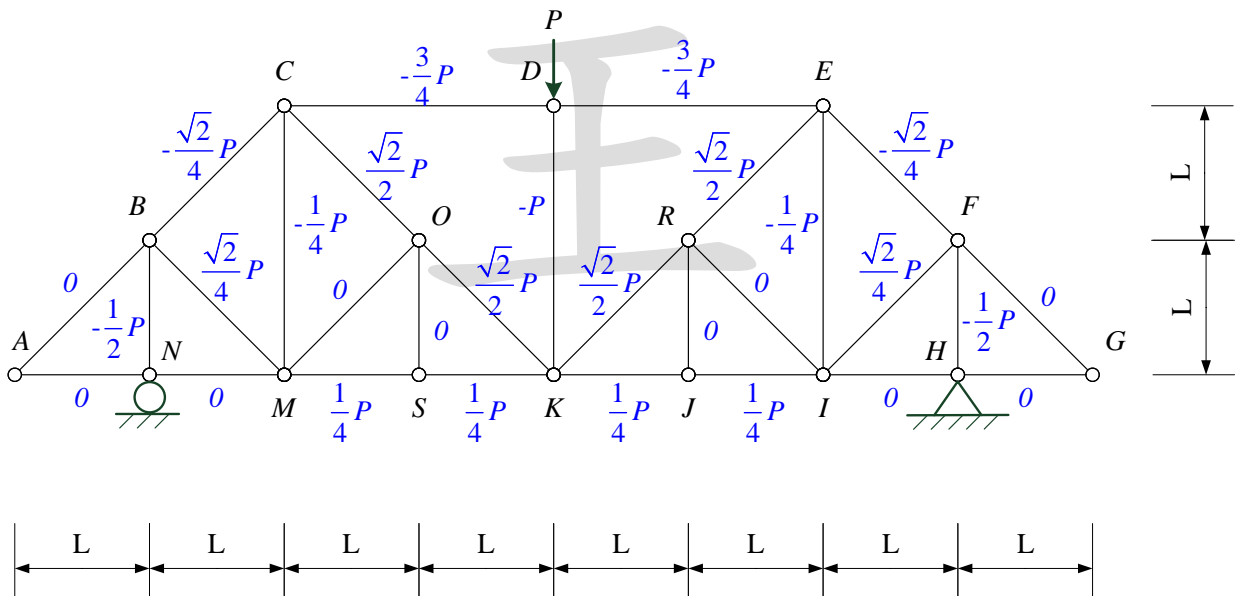


圖 1 外力造成桁架內力圖(S)

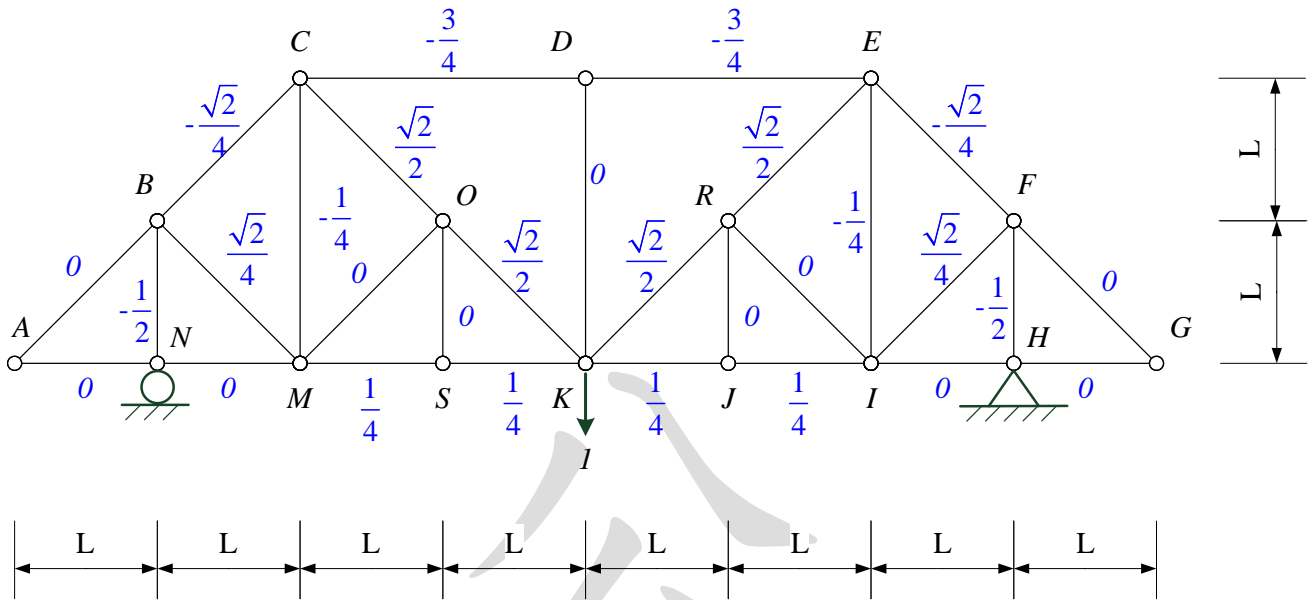


圖 2 單位力造成桁架內力圖(s)

(-) 步驟 2：由單位力法計算 K 點向下位移。

$$1 \cdot \Delta_{K,v} = \sum \frac{SsL}{AE}$$

$$\Rightarrow \frac{P}{AE} \left[\left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot 2L \cdot 2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 \cdot \sqrt{2}L \cdot 4 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \cdot \sqrt{2}L \cdot 4 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 2L \cdot 2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot L \cdot 4 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot L \cdot 2 \right]$$

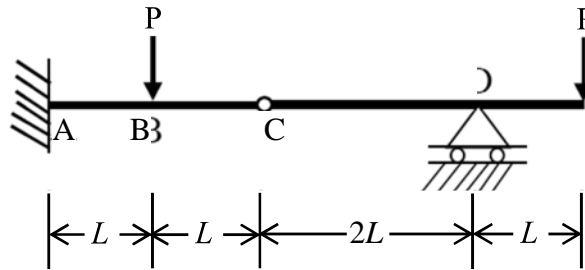
$$\Rightarrow \frac{PL}{AE} \left[\frac{36}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\sqrt{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right]$$

得 $\Delta_{K,v} = 6.786 \frac{PL}{AE} (\downarrow)$

Ans :

$$\Delta_{K,v} = 6.786 \frac{PL}{AE} (\downarrow)$$

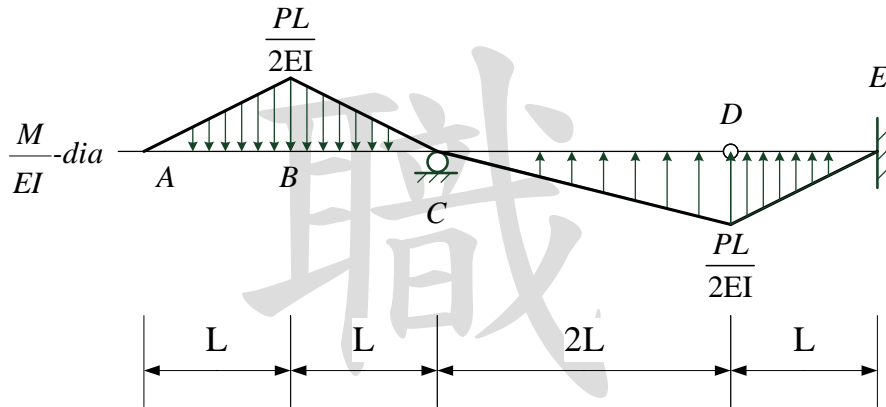
二、如圖所示之梁，AC 桿件與 CE 桿件斷面撓曲剛度 (flexural rigidity) 分別為 EI 和 $2EI$ 。
試用共軛梁法求解最大垂直位移 (須標示方向) 未依指示方法求解者不予計分。(25 分)



1. 《考題難易》：★★★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：靜定梁，須注意桿件 EI 值不同，列彎矩方程式繪圖量較大，若時間不足可計算特定點(C 點及 E 點)之垂直位移。
3. 《命中特區》：結構學第六章

【擬答】：

(一)步驟 1：繪製共軛梁。



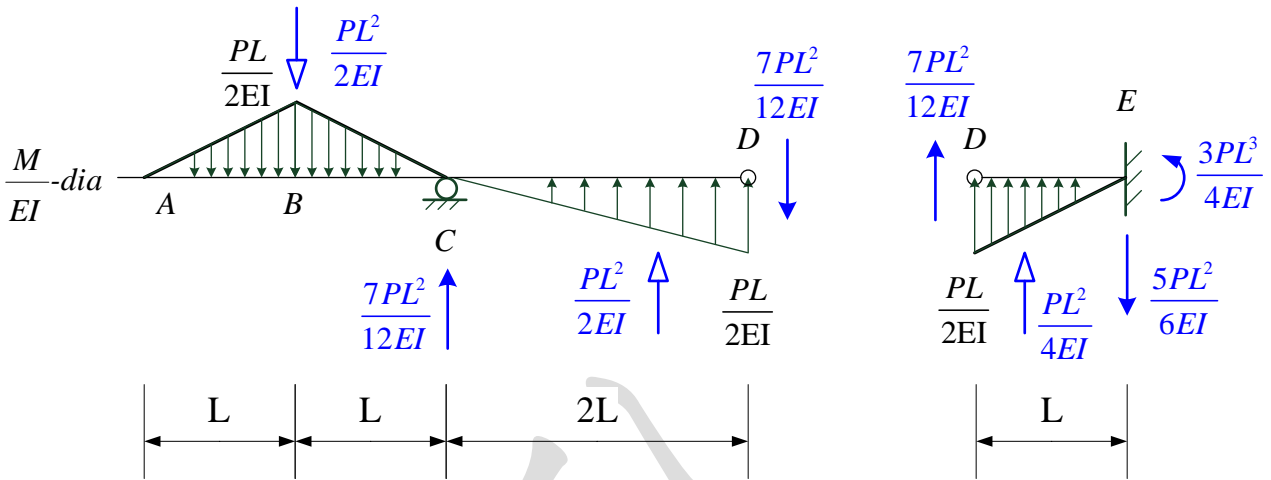
(二)步驟 2：計算共軛梁支承反力。

取分離體，計算共軛梁支承反力

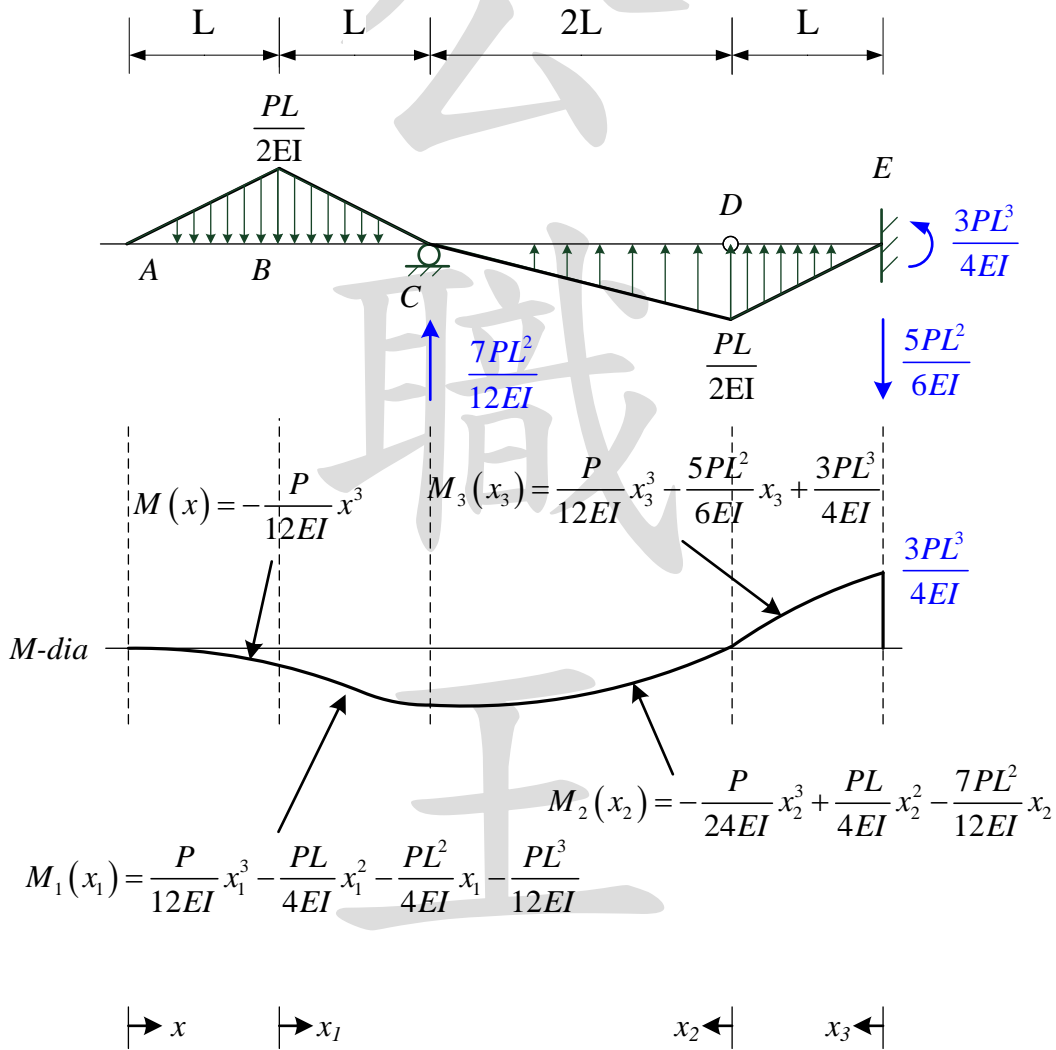
$$\sum M_D = 0 \Rightarrow R_C(2L) = \frac{PL^2}{2EI}(3L) - \frac{PL^2}{2EI}\left(\frac{2L}{3}\right), \text{ 得 } R_C = \frac{7PL^2}{6EI} \text{ (↑)}$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow M_E = \frac{7PL^2}{6EI}(L) + \frac{PL^2}{4EI}\left(\frac{2L}{3}\right), \text{ 得 } M_E = \frac{4PL^3}{3EI} \text{ (逆)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_E = \frac{7PL^2}{6EI} + \frac{PL^2}{4EI}, \text{ 得 } R_E = \frac{17PL^2}{12EI} \text{ (↓)}$$



(一)步驟 3：繪製共軛梁彎矩圖求最大位移。



計算 C 點及 E 點變位 δ_C 、 δ_E

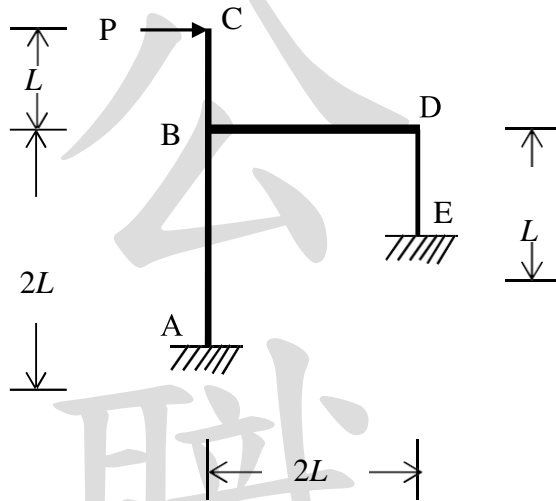
$$\delta_C = M_1(L) = \frac{P}{12EI}L^3 - \frac{PL}{4EI}L^2 - \frac{PL^2}{4EI}L - \frac{PL^3}{12EI} = -\frac{PL^3}{2EI} \quad (\uparrow)$$

$$\delta_E = M_3(0) = \frac{3PL^3}{4EI} \quad (\downarrow)$$

Ans :

$$\text{最大垂直位移 } \delta_E = \frac{3PL^3}{4EI} (\downarrow)$$

三、如圖所示構架，AC 桿件與 DE 桿件斷面撓曲剛度 (flexural rigidity) 分別為 $2EI$ 和 EI ，BD 桿件則為剛體。試利用傾角變位法求解 E 點反力。未依指示方法求解者不予計分。(25 分)



1. 《考題難易》：★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：BD 桿件為剛體，故無轉角，注意桿件 EI 不同。
3. 《命中特區》：結構學第八章

【擬答】：

1. 自由度值 Δ 、桿件勁度比及旋轉角比

$$K_{AB} : K_{DE} = \frac{2EI}{2L} : \frac{EI}{L} = K : K$$

$$R_{AB} : R_{DE} = \frac{\Delta}{2L} : \frac{\Delta}{L} = R : 2R$$

2. 列桿端彎矩式

$$M_{AB} = 2K(-3R) = -6KR$$

$$M_{BA} = 2K(-3R) = -6KR$$

$$M_{BC} = -PL$$

$$M_{DE} = 2K(-3(2R)) = -12KR$$

$$M_{ED} = 2K(-3(2R)) = -12KR$$

3. 取分離體求自由度值

$$\sum F_x = 0, \frac{M_{AB} + M_{BA}}{2L} + \frac{M_{DE} + M_{ED}}{L} + P = 0 \Rightarrow -6KR - 24KR + PL = 0$$

$$\Rightarrow KR = \frac{PL}{30}$$

4. 代入自由度值求桿端彎矩

$$M_{AB} = -6KR = -\frac{PL}{5}, \quad M_{BA} = -6KR = -\frac{PL}{5}$$

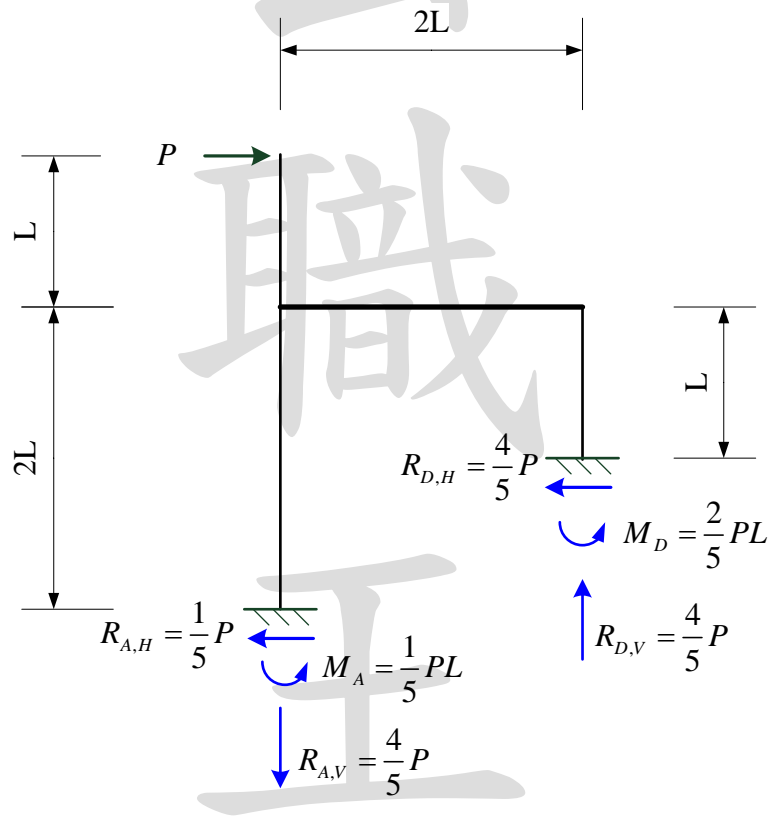
$$M_{DE} = -12KR = -\frac{2PL}{5}, \quad M_{ED} = -12KR = -\frac{2PL}{5}$$

5. 計算支承反力

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_{D,V}(2L) + M_{DE} + M_{AB} + R_{D,H}(L) = P(3L)$$

$$\Rightarrow R_{D,V}(2L) + \frac{1}{5}PL + \frac{2}{5}PL + \frac{4}{5}P(L) = P(3L)$$

$$\text{得 } R_{D,V} = \frac{4}{5}P(\uparrow)$$



志光×學儒×保成

不怕沒機會練題
更不怕傻傻白練題

高普考 平時測驗

**海量
試題**

蒐羅各大公職、國營及特考試題
資料庫，不怕不夠練

**範圍
自選**

考試、題數、科目自由挑選搭配
，想怎麼練就怎麼練

**彈性
便利**

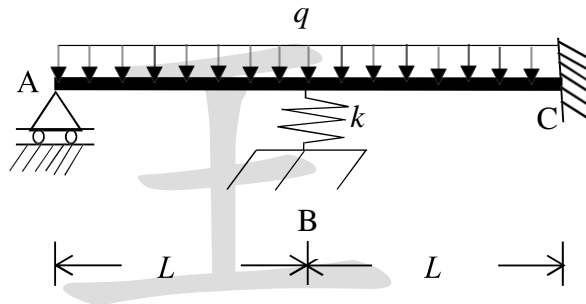
手機在手就可練題，隨時隨地提
升實力不受限



考取生激推
立即掃描體驗



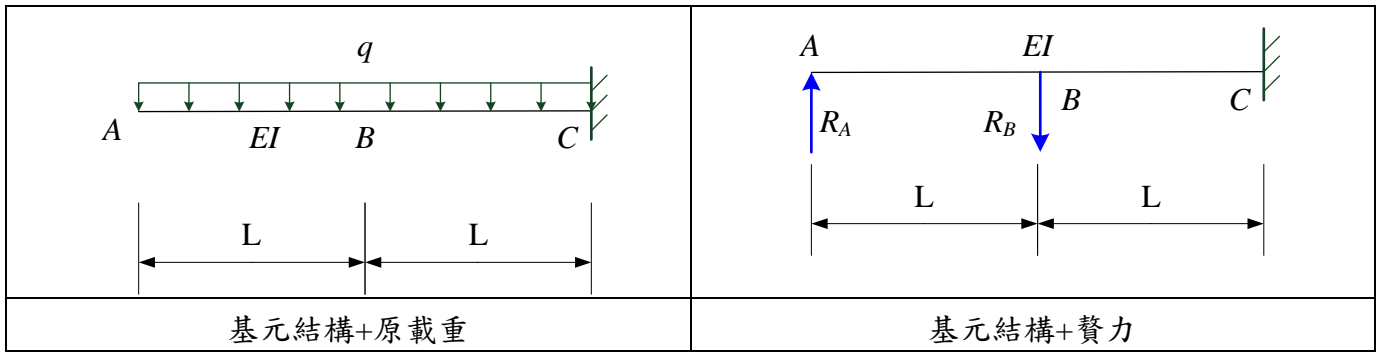
四、如圖所示梁結構，梁斷面撓曲剛度為 EI ，彈簧係數為 k 。梁僅考慮撓曲變形，試利用諧合變位法求解 A 點反力與彈簧變形。未依指示方法求解者不予計分。(25 分)



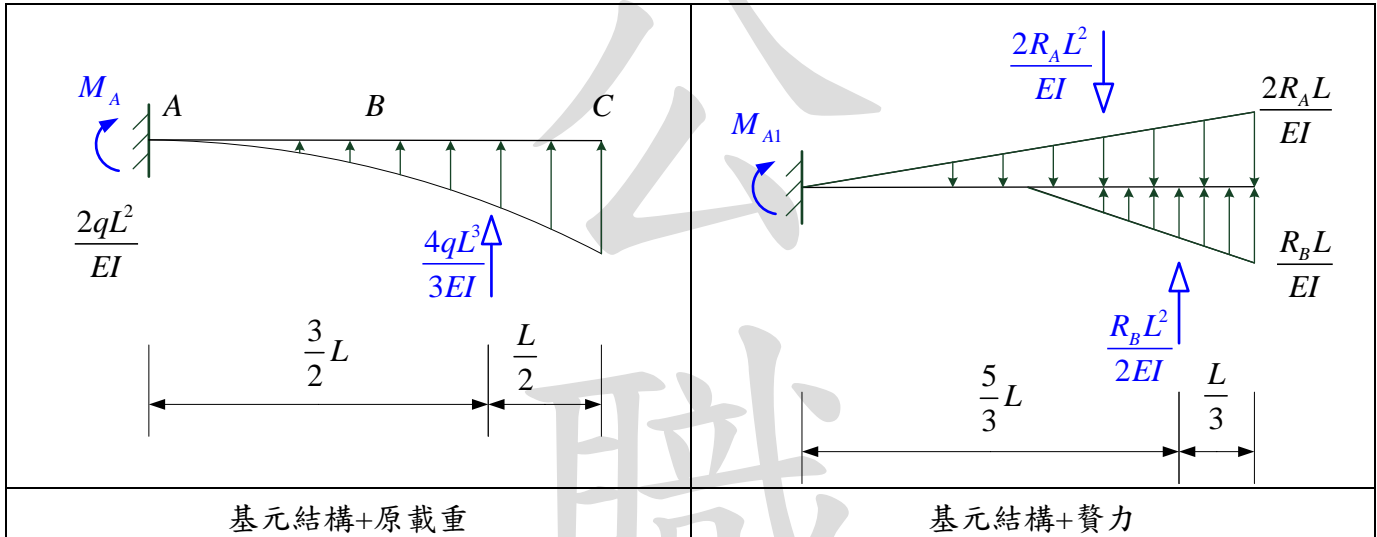
1. 《考題難易》：★★(最高 5 顆星)
2. 《解題關鍵》：彈簧贅力須注意贅力方向與伸縮方向相反。
3. 《命中特區》：結構學第七章

【擬答】：

1. 設定基元結構及贅力
設定 A 點支承反力及彈簧力為贅力



2. 繪製共軛梁圖

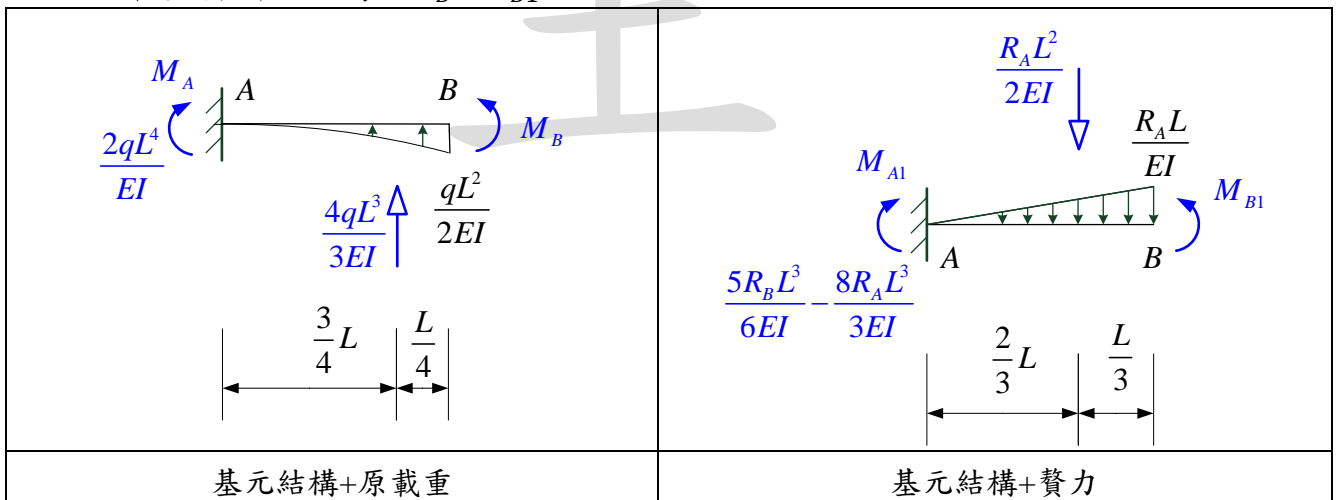


計算共軛梁固端彎矩 M_A 及 M_{A1}

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A = \frac{4qL^3}{3EI} \left(\frac{3L}{2}\right) = \frac{2qL^4}{EI} (\downarrow) \text{ (原載重造成 A 點變位)}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_{A1} = \frac{R_B L^2}{2EI} \left(\frac{5L}{3}\right) - \frac{2R_A L^2}{EI} \left(\frac{4L}{3}\right) = \frac{5R_B L^3}{6EI} - \frac{8R_A L^3}{3EI} (\downarrow) \text{ (贅力造成 A 點變位)}$$

取分離體計算共軛梁 B 點彎矩 M_B 及 M_{B1}



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_B = \frac{4qL^3}{3EI} \left(\frac{L}{4}\right) + \frac{2qL^4}{EI} = \frac{7qL^4}{3EI} (\downarrow) \text{ (原載重造成 B 點變位)}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow M_{B1} = \frac{5R_B L^3}{6EI} - \frac{8R_A L^3}{3EI} - \frac{R_A L^2}{2EI} \left(\frac{L}{3}\right) = \frac{5R_B L^3}{6EI} - \frac{17R_A L^3}{6EI} (\downarrow) \text{ (贅力造成 B 點變位)}$$

3. 由諧合變位法計算贅力

A 點向下位移量=0

$$M_A + M_{A1} = 0 \Rightarrow \frac{8L^3}{3EI} R_A - \frac{5L^3}{6EI} R_B = \frac{2qL^4}{EI} \quad (1)$$

B 點向下位移量=彈簧縮短量

$$M_B + M_{B1} = -\frac{R_B}{k} \Rightarrow \frac{17L^3}{6EI} R_A - \left(\frac{5L^3}{6EI} + \frac{1}{k}\right) R_B = \frac{7qL^4}{3EI} \quad (2)$$

聯立(1)、(2)式

$$\text{得 } R_B = \frac{20k}{5k-96} qL, R_A = \left(\frac{10k-72}{5k-96}\right) qL$$

$$\text{令 } k=1 \text{ 時, 得 } R_A = 0.68qL(\uparrow), R_B = -0.22qL(\uparrow)$$

Ans :

$$R_A = \left(\frac{10k-72}{5k-96}\right) qL(\uparrow), R_B = \frac{20k}{5k-96} qL(\uparrow)$$

全方位智能學習系統

志光×學儒×保成

虛實整合 引你入勝



學習助手最智能

關鍵服務 勝在起跑點

配合學習階段與模式
規劃最符合需求的服務

便利操作實力精進

· 手機APP系統 · 課業諮詢 · 申論批閱

學習檢視時事補充

· 線上模擬考平時測驗 · 歷屆試題
· 國考加分學習資訊網 · 能力指標檢測

依各區規劃為主，請洽全國門市