

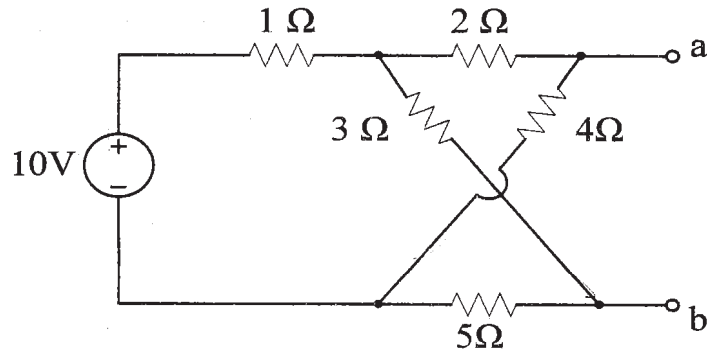
108 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等 別：三等考試

類 科：電力工程、電子工程

科 目：電路學

一、試求下圖電路由 a、b 兩點看進去的等效諾頓(Norton)電路。(20 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★★★ 普通

2. 《解題關鍵》：熟悉諾頓的分析與串並聯的計算

【擬答】

(一)諾頓電流 I_N ：將 a、b 端短路

$$V_a = V_b = 10 \times \frac{4//5}{1+2//3+4//5} = 10 \times \frac{\frac{20}{9}}{1+\frac{6}{5}+\frac{20}{9}} = 10 \times \frac{\frac{20}{9}}{\frac{199}{45}} = 10 \times \frac{100}{199} = \frac{1000}{199} V$$

$$V_{3\Omega} = 10 \times \frac{2//3}{1+2//3+4//5} = 10 \times \frac{\frac{6}{5}}{1+\frac{6}{5}+\frac{20}{9}} = 10 \times \frac{\frac{6}{5}}{\frac{199}{45}} = 10 \times \frac{54}{199} = \frac{540}{199} V$$

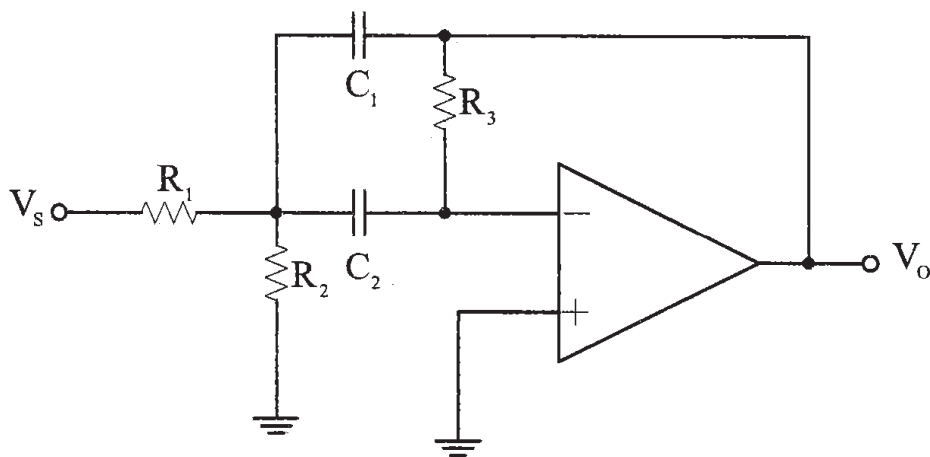
則利用 KCL

$$I_N = I_{a \rightarrow b} = \frac{1000}{199} - \frac{540}{199} = \frac{200}{199} - \frac{180}{199} = \frac{20}{199} A$$

(二)將 $\Delta \rightarrow Y$ 型

$$R_N = \left(3 + \frac{2}{7}\right) // \left(5 + \frac{4}{7}\right) + \frac{8}{7} = \frac{23}{7} // \frac{39}{7} + \frac{8}{7} = \frac{1}{7} \times (23 // 39 + 8) = \frac{199}{62} \Omega$$

二、試求下圖電路輸出電壓 V_o 與輸入電壓 V_s 的轉移函數。(20 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★★★★ 困難
2. 《解題關鍵》：使用密爾門定理理解題才能稍快

【擬答】

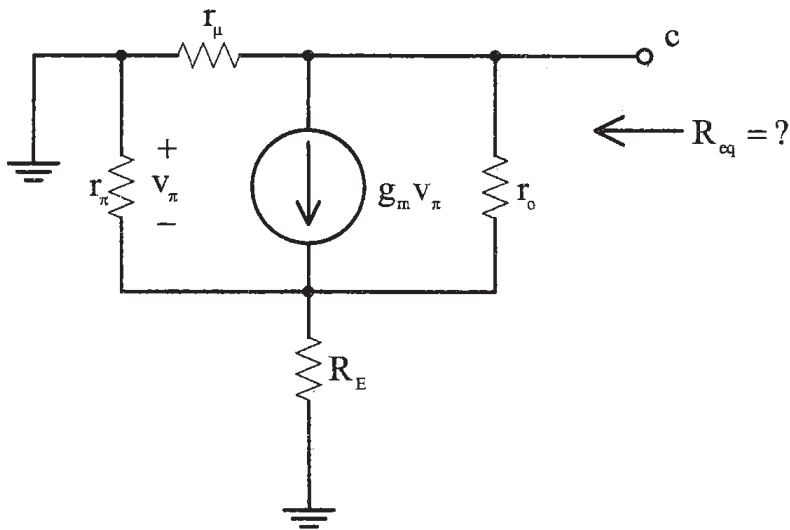
$$V_{R_2} = -\frac{V_o}{R_3} \times \frac{1}{sC_2} = -\frac{V_o}{R_3 C_2 s}$$

$$\frac{V_s}{R_1} + sC_1 V_o = \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s(C_1 + C_2) \right] \times \left[-\frac{V_o}{R_3 C_2 s} \right]$$

$$\frac{V_s}{R_1} = -V_o \times \left[sC_1 + \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s(C_1 + C_2)}{R_3 C_2 s} \right]$$

$$\Rightarrow \frac{V_o}{V_s} = -\frac{1}{R_1 \times \left[sC_1 + \frac{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + s(C_1 + C_2)}{R_3 C_2 s} \right]} = -\frac{1}{R_1 \times \left[sC_1 + \frac{R_1 + R_2 + R_1 R_2 \times (C_1 + C_2)s}{R_1 R_2 R_3 C_2 s} \right]}$$

$$\therefore \frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2 R_3 C_2 s}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 s^2 + R_1 R_2 \times (C_1 + C_2)s + R_1 + R_2}$$

三、試求下圖電路由 c 點看進電路的等效電阻 R_{eq} 。(20 分)

【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★★★ 困難

2. 《解題關鍵》：使用驅動阻抗法求解等效電阻 $R_{eq} = \frac{V_T}{I_T}$

【擬答】

外加 V_T ，流出 I_T ，求解 $R_{eq} = \frac{V_T}{I_T}$ 之值

使用 KCL 可得下列 2 條式子

$$I_T = g_m V_\pi + \frac{V_T}{r_\mu} + \frac{V_T + V_\pi}{r_o} = V_T \times \left(\frac{1}{r_\mu} + \frac{1}{r_o} \right) + V_\pi \times \left(g_m + \frac{1}{r_o} \right) \quad \text{---(1)}$$

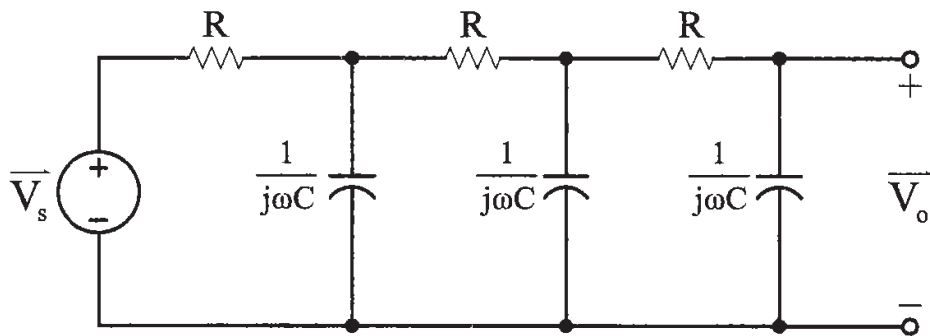
$$\frac{V_T + V_\pi}{r_o} + g_m V_\pi + \frac{V_\pi}{R_E // r_\pi} = 0 \Rightarrow V_\pi \times \left(g_m + \frac{1}{r_o} + \frac{1}{R_E // r_\pi} \right) = -\frac{V_T}{r_o} \quad \text{---(2)}$$

由(2)式可得 $V_\pi = -\frac{V_T}{r_o} \times \frac{1}{\left(g_m + \frac{1}{r_o} + \frac{1}{R_E // r_\pi} \right)}$ 代入(1)式

$$I_T = V_T \times \left(\frac{1}{r_\mu} + \frac{1}{r_o} \right) - V_T \times \left(g_m + \frac{1}{r_o} \right) \times \frac{1}{1 + g_m r_o + \frac{r_o}{R_E // r_\pi}}$$

$$R_{eq} = \frac{V_T}{I_T} = \frac{1}{\frac{1}{r_\mu} + \frac{1}{r_o} - \frac{g_m + \frac{1}{r_o}}{1 + g_m r_o + \frac{r_o}{R_E // r_\pi}}}$$

四、試求下圖電路當輸出 $\vec{V}_o$ 與輸入 $\vec{V}_s$ 的相位角差 180° 時的電壓增益。(20 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★★★ 困難
2. 《解題關鍵》：戴維寧等效電路、密爾門定理

【擬答】

$$s = j\omega \Rightarrow Z_C = \frac{1}{sC}$$

(一) 先將左邊化成戴維寧等效電路如下：

$$E_{th} = V_s \times \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{V_s}{1 + RCs}$$

$$Z_{th} = R // \frac{1}{sC} + R = \frac{R}{1 + RCs} + R = \frac{R \times (2 + RCs)}{1 + RCs}$$

(二) 使用密爾門定理求 V_o

$$V_o = \frac{\frac{V_s}{1 + RCs}}{\frac{R \times (2 + RCs)}{1 + RCs}} \times \left[\frac{R \times (2 + RCs)}{1 + RCs} // \frac{1}{sC} // \frac{1 + RCs}{sC} \right] \times \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}}$$

則

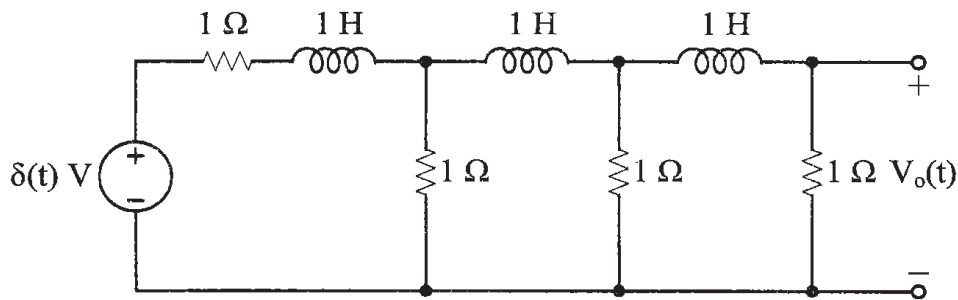
$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{R \times (2 + RCs)} \times \frac{1}{1 + RCs} \times \frac{R \times (2 + RCs) \times (1 + RCs)}{(1 + RCs)^2 + RCs(2 + RCs) \times (1 + RCs) + RCs(2 + RCs)}$$

$$\therefore \frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{R^3 C^3 s^3 + 5R^2 C^2 s^2 + 6RCs + 1} \stackrel{s=j\omega}{=} \frac{1}{(1 - 5R^2 C^2 \omega^2) + j(6RC\omega - R^3 C^3 \omega^3)}$$

當輸出 $\vec{V}_o$ 與輸入 $\vec{V}_s$ 的相位角差 180° 時，則 $6RC\omega - R^3 C^3 \omega^3 = 0 \Rightarrow R^2 C^2 \omega^2 = 6$

$$\therefore \frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{5R^2 C^2 \omega^2 - 1} = \frac{1}{30 - 1} = \frac{1}{29}$$

五、若以 $\delta(t)$ 表示脈衝函數，試以時域分析法求下圖電路之 $V_o(t)$ 。(20 分)



【解題關鍵】

1. 《考題難易》：★★★★★ 非常困難
2. 《解題關鍵》：列出三階 ODE 後代入初始值即可求出

【擬答】

(一)建立 ODE 方程式

由右至左之節點電壓為

$$\text{節點 1: } \frac{dV_o}{dt} + V_o$$

$$\text{節點 2: } \frac{d}{dt} \left[\frac{dV_o}{dt} + 2V_o \right] + \frac{dV_o}{dt} + V_o = \frac{d^2V_o}{dt^2} + 3 \frac{dV_o}{dt} + V_o$$

$$\left(\frac{d^2V_o}{dt^2} + 3 \frac{dV_o}{dt} + V_o \right) + 1 \times \left(\frac{d^2V_o}{dt^2} + 3 \frac{dV_o}{dt} + V_o + \frac{dV_o}{dt} + 2V_o \right) + \frac{d}{dt} \left[\frac{d^2V_o}{dt^2} + 3 \frac{dV_o}{dt} + V_o + \frac{dV_o}{dt} + 2V_o \right] = \delta(t)$$

則

$$\frac{d^3V_o}{dt^3} + 6 \frac{d^2V_o}{dt^2} + 10 \frac{dV_o}{dt} + 4V_o = \delta(t)$$

$$(二) s^3 + 6s^2 + 10s + 4 = (s+2)(s+3.41)(s+0.59) = 0 \Rightarrow s = -2; -3.41; -0.59$$

$$V_o(t) = c_1 e^{-2t} + c_2 e^{-3.41t} + c_3 e^{-0.59t}$$

初始值代入即可解出

$$V_o(t) = -0.5e^{-2t} + 0.25e^{-3.41t} + 0.25e^{-0.59t}$$