

# 新北市立國民中學 115 學年度教師聯合甄選

## 數學科試題

考生作答說明：

- 一、 請先檢視答案卡科目、准考證號碼是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、 本試題計有：選擇題 40 題。
- 三、 題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、 答案卡請使用黑色 2B 鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 五、 答案卡與試題卷須一起繳交，始可離開試場。
- 六、 請務必於試題封面填上准考證號碼。

准考證號碼：\_\_\_\_\_

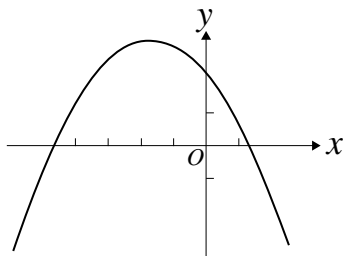
新聞知世界

科目：數學科

選擇題：共 40 題，總分 100 分。每題 2.5 分

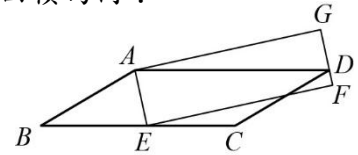
1. 若  $A(1, 4)$ 、 $B(6, 2)$  所連接的線段  $\overline{AB}$  與直線  $L: x - y + 1 = 0$  相交於  $P$  點，則  $\frac{\overline{AP}}{\overline{BP}} = ?$   
(A)  $\frac{2}{5}$  (B)  $\frac{3}{7}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{3}{5}$

2. 若二次函數  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形如下圖，則點  $(abc, b^2 - 4ac)$  在第幾象限？

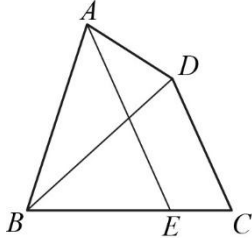


- (A) 第四象限 (B) 第三象限 (C) 第二象限 (D) 第一象限
3. 若有一數列的第  $n$  項可用  $(n + \sqrt{n})^2$  表示，則此數列有多少項會介於 1~1600 之間？  
(A) 34 (B) 35 (C) 39 (D) 40
4.  $a$ 、 $b$  均為有理數， $|a| = a + 3$ ， $|a + 3| \times b = a - 3$ ，則  $|a - b| - |a + b| = ?$   
(A) -4 (B) -3 (C) 3 (D) 4
5. 現有長度為  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{5}$ 、 $\frac{1}{6}$  的線段各一條，試問從中取出三條線段，使其成為三角形之三邊長的取法有多少種？  
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
6. 有一直圓柱狀的木棍，今將此木棍分成甲、乙兩段直圓柱狀木棍，且甲的高為乙的高的 9 倍。若甲、乙的表面積分別為  $S_1$ 、 $S_2$ ，甲、乙的體積分別為  $V_1$ 、 $V_2$ ，則下列關係何者正確？  
(A)  $V_1 > 9V_2$  (B)  $V_1 < 9V_2$  (C)  $S_1 > 9S_2$  (D)  $S_1 < 9S_2$
7. 算式  $2^2 \times 3^3 \times 7^2 \times 11 - 42 \times 11$  之值有多少個相異的質因數？  
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
8. 有一小數  $0.01001000100001\dots$ ，其小數點後每個位數只出現 0 或 1，且小數點後出現第  $n$  個 1 及其下一個出現 1 的位數間有  $(n+1)$  個 0。求該數小數點後第 208 位至第 210 位之數字依序為何？  
(A) 0, 0, 0 (B) 1, 0, 0 (C) 0, 1, 0 (D) 0, 0, 1
9. 小紀打算到遊樂園完整體驗「海盜船」、「雲霄飛車」、「摩天輪」、「碰碰車」、「小火車」與「旋轉木馬」這六樣設施，每玩完一樣設施就接著玩下一樣，且不重複搭乘。由於小安覺得「海盜船」與「雲霄飛車」較為刺激，因此這兩樣設施不會連續搭乘，且所有設施不重複搭乘。試問小安的遊玩行程有幾種安排方式？  
(A) 240 (B) 480 (C) 560 (D) 720

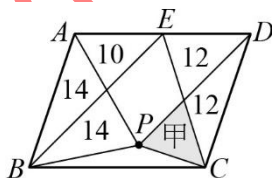
10. 如下圖，四邊形  $ABCD$  為平行四邊形， $E$  為  $\overline{BC}$  上一點，且  $AEFG$  為長方形， $D$  在  $\overline{FG}$  上，若  $\overline{AB}=10$ ， $\overline{BC}=18$ ， $\angle B=30^\circ$ ， $\overline{DG}:\overline{DF}=4:1$ ，求  $\triangle ADG$  的面積為何？  
 (A) 36 (B)  $20\sqrt{3}$  (C)  $25\sqrt{3}$  (D) 45



11. 如下圖，四邊形  $ABCD$  中， $E$  點在  $\overline{BC}$  上， $\angle AEB = \angle C$ ， $\angle BAE = \angle DBE$ ， $\overline{BE} = \overline{CD}$ 。若  $\angle DAE = 33^\circ$ ， $\angle ADB - \angle C = 9^\circ$ ，則  $\angle ABE$  的度數為何？



- (A) 66 (B) 72 (C) 75 (D) 81
12. 若  $n$  為整數，且  $\frac{1}{n} + \frac{3}{n} + \frac{5}{n} + \dots + \frac{27}{n}$  亦為整數，則  $n$  的可能值有幾個？  
 (A) 9 (B) 10 (C) 18 (D) 20
13. 將自然數 220 的所有正因數 (220 除外) 相加，即  $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110=284$ ；將自然數 284 的所有正因數 (284 除外) 相加，即  $1+2+4+71+142=220$ 。我們稱 220 與 284 為「親和數」。請問自然數 1184 與下列何者也是「親和數」？  
 (A) 1210 (B) 1120 (C) 1102 (D) 1012
14. 若一元一次方程式  $2k^2x + k^2 = (1-k)x + 1$  無解，則  $4k^3 + k + 1 = ?$   
 (A) -4 (B) 1 (C) 2 (D) 6
15.  $f(\frac{2+x}{2-x}) = 5x$ ， $g(\frac{2-x}{2+x}) = x$ ，則  $f(g(-\frac{1}{3})) + g(-\frac{1}{3})$  之值為何？  
 (A) 10 (B) 5 (C)  $\frac{1}{3}$  (D) 3
16. 如下圖， $P$  為平行四邊形  $ABCD$  內部一點， $E$  點在  $\overline{AD}$  上，連接  $\overline{AP}$ 、 $\overline{BP}$ 、 $\overline{CP}$ 、 $\overline{DP}$ 、 $\overline{BE}$ 、 $\overline{CE}$ ，此六個線段將四邊形  $ABCD$  分割成八個區域。圖中每個區域內的整數代表該區域的面積，求圖中甲區域的面積為多少？

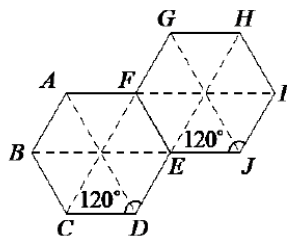


- (A) 10 (B) 9 (C) 8 (D) 6
17. 已知平行四邊形  $ABCD$  中， $E$  是  $\overline{BC}$  中點， $\overline{AE} = \overline{BD} = 18$ ，求平行四邊形  $ABCD$  面積為何？  
 (A) 180 (B)  $108\sqrt{3}$  (C) 108 (D)  $90\sqrt{3}$

18. 已知一個多項式除以  $(x-1)$  餘 2，且除以  $(x-2)$  餘 1，試問該多項式有可能是下列何者？

- (A)  $2026(x-1)(x-2)-2(x-2)+1$   
 (B)  $2026(x-1)(x-2)-3(x-1)+2$   
 (C)  $2026(x-1)(x-2)+(x-1)+2$   
 (D)  $2026(x-1)(x-2)-(x-2)+1$

19. 如圖所示，兩塊大小相同的正六邊形餅乾相黏，有一隻螞蟻在上面爬行，若此正六邊形的邊長為 1，則螞蟻從  $C$  點出發到  $H$  點的最短距離為何？



- (A)  $\sqrt{7}$  (B)  $\sqrt{13}$  (C)  $\sqrt{10-3\sqrt{3}}$  (D)  $\sqrt{10+3\sqrt{3}}$

20. 已知實數  $x, y$  滿足二元一次聯立不等式  $\begin{cases} x+y \leq 2 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ ，若  $a=x-y$ ，則  $a$  的範圍為何？

- (A)  $a \geq 2$  (B)  $a \leq -2$  (C)  $a \leq 2$  (D)  $-2 \leq a \leq 2$

21. 試問方程式  $2^{3x+1} - 17 \cdot 2^{2x} + 2^{x+3} = 0$  所有實數解之乘積為下列何者？

- (A)  $-3$  (B)  $-2$  (C)  $-1$  (D)  $2$

22. 已知實數  $a, b$  滿足條件  $\frac{a+6}{b} + \frac{13}{ab} = \frac{4-b}{a}$ ，則  $b-a$  之值為下列何者？

- (A)  $-5$  (B)  $-3$  (C)  $3$  (D)  $5$

23. 已知實數  $a, b, c$  滿足條件  $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b} = r$ ，則滿足這樣條件的所有可能  $r$  值共有多少個？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

24. 計算  $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{98}+\sqrt{99}} + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$  之值為下列何者？

- (A) 9 (B)  $\sqrt{101}-1$  (C)  $2\sqrt{\frac{101}{2}}$  (D) 10

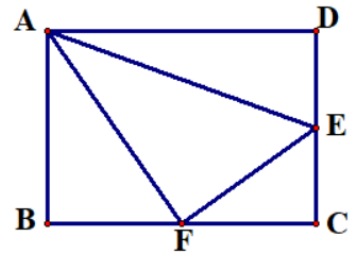
25. 如果  $0^\circ < \theta < 45^\circ$ ，則下列何者成立？

- (A)  $\cot \theta < \sin \theta < \cos \theta$  (B)  $\cos \theta < \cot \theta < \sin \theta$   
 (C)  $\sin \theta < \cos \theta < \cot \theta$  (D)  $\cos \theta < \sin \theta < \cot \theta$

26. 已知正數  $a, b$  滿足條件  $\log_9 a = \log_{12} b = \log_{16}(a+b)$ ，則  $\frac{b}{a}$  之值為何？

- (A)  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$  (B)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$  (D)  $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

27. 設  $a$  為正整數，如果三個數 10, 24 及  $a$  可構成一個銳角三角形的三邊長，則滿足這樣條件的  $a$  值共有多少個？  
 (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10
28. 設  $\alpha, \beta, p, q, r, s$  為實數，如果  $\tan \alpha$  和  $\tan \beta$  為方程式  $x^2 - px + q = 0$  的二根，且  $\cot \alpha$  和  $\cot \beta$  為方程式  $x^2 - rx + s = 0$  的二根，則  $rs$  等於下列何者？  
 (A)  $pq$  (B)  $\frac{1}{pq}$  (C)  $\frac{p}{q^2}$  (D)  $\frac{q}{p^2}$
29. 已知實數  $a, b$  滿足條件  $a^3 = 3ab^2 + 11$  與  $b^3 = 3a^2b + 2$ ，則  $a^2 + b^2$  之值為下列何者？  
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
30. 已知長方形  $ABCD$  中，點  $E$  為邊  $\overline{CD}$  之中點，點  $F$  為邊  $\overline{BC}$  之中點，如果  $\angle AFE = 90^\circ$ ，且  $\overline{AB} < \overline{BC}$ ，如圖所示，則  $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$  之比值為下列何者？  
 (A)  $\sqrt{2}$  (B)  $\sqrt{3}$  (C)  $\frac{4}{3}$  (D)  $\frac{3}{2}$
31. 試問下列哪個選項是正確的？  
 (A)  $2^{2026} - 1$  乘開後其個位數字為 1。  
 (B)  $17^{110} + 3$  乘開後其個位數字是 6。  
 (C)  $\log_{2026}(\frac{1}{2}) \cdot \log_{2025}(\frac{1}{3}) \cdot \log_{2024}(\frac{1}{4}) \cdots \log_3(\frac{1}{2025}) \cdot \log_2(\frac{1}{2026}) = 1$ 。  
 (D) 同時投擲二個公正的骰子一次，其出現點數和為 7 的機率為  $\frac{1}{6}$ 。
32. 已知實數  $a, b$  滿足條件  $3a^2 + 2a - 4 = 0$ ，及  $b^4 - b^2 - 3 = 0$ ，則  $\frac{a^2b^4 + 4}{a^2}$  之值為下列何者？  
 (A) -7 (B) -5 (C) 5 (D) 7
33. 計算  $\frac{(10^4 + 324)(22^4 + 324)(34^4 + 324)(46^4 + 324)}{(4^4 + 324)(16^4 + 324)(28^4 + 324)(40^4 + 324)}$  之值為下列何者？  
 (A) 138 (B) 241 (C) 305 (D) 373
34. 等腰直角三角形  $ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，已知  $\overline{AC} = 1$ ，點  $D$  為  $\overline{BC}$  邊之中點，連  $\overline{AD}$ ，過  $D$  點，作  $\overline{DE} \perp \overline{AD}$ ，交斜邊  $\overline{AB}$  於  $E$  點，則  $\triangle BDE$  的面積為下列何者？  
 (A)  $\frac{1}{24}$  (B)  $\frac{1}{18}$  (C)  $\frac{1}{16}$  (D)  $\frac{1}{12}$
35. 已知  $a, b, c$  皆為整數，如果  $ab + 5 = c$ ,  $bc + 1 = a$ ,  $ca + 1 = b$  成立，則滿足這樣條件的  $(a, b, c)$  共有幾組解？  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4



36. 在  $\triangle ABC$  中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且  $\angle A = 108^\circ$ ，則  $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$  之比值為何？

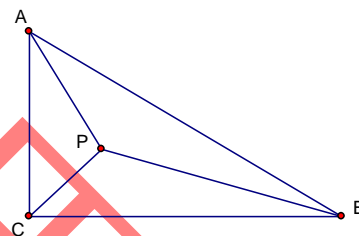
- (A)  $\frac{4}{3}$  (B)  $\frac{3}{2}$  (C)  $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$  (D)  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

37. 已知一袋子裡有 11 顆球，分別編上號碼 1、2、3、...、10、11，今同時隨機取出 6 顆球，每顆被取出的機會相等，若取出的 6 顆球之號碼和為奇數，則其機率為下列何者？

- (A)  $\frac{115}{231}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{118}{231}$  (D)  $\frac{6}{11}$

38. 直角  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $P$  為  $\triangle ABC$  內部一點，使得  $\angle APB = \angle APC = \angle CPB$ ，且  $\overline{PA} = 8$ ， $\overline{PC} = 6$ ，如圖所示，則  $\overline{PB} = ?$

- (A) 16 (B) 32 (C) 48 (D) 60



39. 有一數列  $\{a_n\}$ ，如果  $a_1 = 2$ ， $a_{n+1} = a_n + 2n$ ，其中對所有正整數  $n \geq 1$  均成立，則  $a_{100}$  之值為下列何者？

- (A) 9900 (B) 9902 (C) 9904 (D) 10102

40. 設  $A = 69^5 + 5 \times 69^4 + 10 \times 69^3 + 10 \times 69^2 + 5 \times 69 + 1$ ，則  $A$  之正整數因數共有多少個？

- (A) 5 (B) 69 (C) 125 (D) 216